

**Подготовка к контрольной работе по геометрии  
по теме «Векторы. Уравнение прямой и плоскости».**

1. Дано  $\angle(\bar{a}; \bar{b}) = 60^\circ$ ,  $\angle(\bar{a}; \bar{c}) = 60^\circ$ ,  $\bar{b} \perp \bar{c}$ ,  $|\bar{a}| = |\bar{b}| = 2$ ,  $|\bar{c}| = 1$ . Вычислить скалярное произведение

а)  $(\bar{a} - 2\bar{b})(\bar{c} + 2\bar{b})$ ;      б)  $(\bar{b} - \bar{a})(3\bar{c} + 2\bar{b})$ .

2. Дано  $a(1; 3; -1)$  и  $b(-2; 0; 3)$ . Вычислить угол между векторами

а)  $\angle(\bar{a}; \bar{b})$ ;      б)  $\angle(\bar{b} - \bar{a}; \bar{c} + 2\bar{b})$ .

3. Найти координаты вектора  $\bar{d}$  в базисе  $(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c})$ , если  $a(1; -2; -1)$ ,  $b(0; 3; 4)$ ,  $c(2; -2; -2)$ ,  $d(-3; 1; 0)$ .

4. Дан параллелограмм ABCD, M – точка пересечения диагоналей,  $\overline{AB} = \bar{a}$ ,  $\overline{MD} = \bar{b}$ . Выразить векторы  $\overline{AC}$ ,  $\overline{CB}$  через векторы  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$ .

5. Дан треугольник ABC, AM и CN – медианы, O – точка пересечения медиан,  $\overline{AO} = \bar{a}$ ,  $\overline{BM} = \bar{b}$ . Выразить векторы  $\overline{AB}$ ,  $\overline{CN}$  через векторы  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$ .

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $a(3; 4; -2)$ ,  $b(1; -1; 2)$ .

7. Вычислить площадь треугольника ABC, если  $A(1; -2; 0)$ ,  $B(3; 3; -1)$ ,  $C(-1; 2; 2)$ .

8. Дано  $a(3; 4; -2)$ ,  $b(1; -1; 2)$ ,  $c(0; 2; 1)$ . Найти векторное произведение

а)  $[(\bar{a} - 2\bar{b}), (\bar{b} + \bar{a})]$       б)  $[(\bar{a} + 2\bar{c}), (\bar{c} - 3\bar{b})]$ .

9. Записать уравнение плоскости, проходящей через точку  $A(2; -3; 4)$ , и

- а) параллельно плоскости  $x + 2y + 2z - 5 = 0$ ;  
б) перпендикулярно прямой BC, где  $B(3; 3; -1)$ ,  $C(-1; 2; 2)$ .

10. Определить взаимное расположение плоскостей:

- а)  $-x + 2y - 5z - 3 = 0$  и  $3x - 6y + 15z - 3 = 0$ ;  
б)  $2x + y - z + 1 = 0$  и  $x + 2y + 4z - 5 = 0$ .

11. Найти угол между плоскостями:

- а)  $-2x + y - 3z - 3 = 0$  и  $6x - 3y + 9z - 3 = 0$ ;  
б)  $2x + y - 7z = 0$  и  $x - 5y - 4z - 19 = 0$ .

12. Записать уравнение прямой, проходящей через точку  $A(1; -3; 4)$ , и

- а) перпендикулярно плоскости  $x - 2y + 2z - 5 = 0$ ;

б) параллельно прямой  $p$ : 
$$\begin{cases} x = -k + 6 \\ y = 2k - 12, & k \in R. \\ z = 3k \end{cases}$$

- в) перпендикулярно вектору  $\bar{a}(3; 0; -1)$  и прямой  $\frac{x-2}{1} = \frac{y+5}{-2} = \frac{1-z}{-3}$ .

13. Определить взаимное расположение и угол между прямыми:

$$\text{а) } \frac{x-2}{1} = \frac{y+5}{-2} = \frac{1-z}{-3} \text{ и } \begin{cases} x = -k + 6 \\ y = 2k - 12 \\ z = -3k \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = 5k + 5 \\ y = -3k - 1 \\ z = 3k + 9 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x = -k - 6 \\ y = -k + 1 \\ z = -2k + 5 \end{cases} .$$

14. Определить угол между прямой и плоскостью

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y+5}{-2} = \frac{1-z}{-3} \text{ и } 3x - y + 12z - 4 = 0;$$

15. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром 1 найдите :

а) скалярное произведение векторов  $\overrightarrow{DC}$  и  $\overrightarrow{A_1 B}$ ;

б) векторное произведение векторов  $\overrightarrow{AC}$  и  $\overrightarrow{A_1 D}$

16. Напишите каноническое и параметрическое уравнения прямой, проходящей через точки  $M_1(-1;0;2)$  и  $M_2(0;-1;1)$ .

17. Найдите точку  $B$ , симметричную точке  $A(1;-1;0)$  относительно плоскости  $x + y - 3z + 22 = 0$ .

18. Найдите расстояние от точки  $M(5;2;-3)$  до плоскости, проходящей через точку  $C(1;1;1)$  параллельно  $\vec{a}(2;-2;0)$  и  $\vec{b}(0;1;3)$ .

19. Найдите точку  $M$ , симметричную точке  $K(19;-10;0)$  относительно прямой  $x-10 = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2}$ .

20. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  диагонали грани  $DD_1 C C_1$  пересекаются в точке  $M$ , а диагонали грани  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ . Известно, что  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AA_1} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$ . Выразите через вектора  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$

а)  $\overrightarrow{BM}$ ; б)  $\overrightarrow{C_1 O}$ .