

10класс. Программа коллоквиума “Основы планиметрии”.

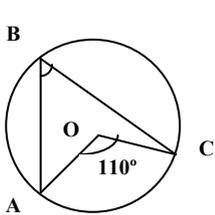
1. Свойство смежных углов.
2. Свойство вертикальных углов.
3. Углы, получаемые при пересечении двух параллельных прямых третьей.
4. Признаки параллельности прямых.
5. Аксиома параллельных.
6. Углы с соответственно параллельными сторонами.
7. Углы с соответственно перпендикулярными сторонами.
8. Классификация треугольников : 1) по сторонам; 2) по углам. Определение, свойства и признаки.
9. Внешний угол треугольника. Определение. Свойство.
10. Теорема о сумме углов треугольника. Следствия из теоремы (стр.60).
11. Определение средней линии треугольника. Свойство средней линии треугольника.
12. Определения медианы, биссектрисы и высоты треугольника.
13. Свойство биссектрисы угла треугольника. Формула для вычисления длины биссектрисы треугольника.
14. Свойство медиан треугольника. Формула для вычисления длины медианы треугольника.
15. Признаки равенства треугольников.
16. Признаки равенства прямоугольных треугольников.
17. Признаки подобия треугольников.
18. Свойство сторон любого треугольника.
19. Определения перпендикуляра, наклонной и проекции.
20. Сравнение длин перпендикуляра и наклонных.
21. Свойство перпендикуляра, проведенного к отрезку через его середину.
22. Определение параллелограмма. Свойство сторон и углов параллелограмма.
23. Признак параллелограмма.
24. Определение прямоугольника. Свойства диагоналей прямоугольника.
25. Определение ромба. Свойства диагоналей ромба.
26. Определение квадрата. Свойства квадрата.
27. Определение трапеции. Определение средней линии трапеции. Свойство средней линии трапеции.
28. Определение окружности. Определения диаметра, хорды, секущей, касательной.
29. Через сколько точек можно провести окружность и только одну?
30. Свойство диаметра перпендикулярного хорде .
31. Свойство дуг, заключенных между параллельными хордами .
32. Зависимость между дугами, хордами и расстояниями хорд от центра (стр.82-83).
33. Свойства касательной.
34. Случаи взаимного расположения двух окружностей.
35. Определение вписанного угла, центрального угла. Измерение их величин. Свойство вписанного угла, его связь с центральным углом, опирающимся на ту же хорду.
36. Угол с вершиной внутри круга; угол с вершиной вне круга; угол между касательной и хордой. Измерение их величин.
37. Свойство хорд, пересекающихся в круге.
38. Свойство секущей и касательной, проведенных из одной точки.
39. Свойство секущих, проведенных из одной точки.
40. Четыре замечательные точки в треугольнике (центр вписанной окружности, центр описанной окружности, центр тяжести, ортоцентр).
41. Свойство высот треугольника (связь с радиусом вписанной окружности).
42. Свойство вписанного; описанного четырехугольников.
43. Прямоугольный треугольник:
 - Теорема Пифагора;
 - $\operatorname{tg} \alpha$, $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$;
 - Значение $\operatorname{tg} \alpha$, $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$ для $\alpha = 30^\circ$, 45° , 60° , 90° ;
 - Свойство высоты прямоугольного треугольника, опущенной на гипотенузу;
 - Зависимость высоты прямоугольного треугольника, опущенной на гипотенузу, от длин его сторон;
 - свойство катета в п/у треугольнике с углом 30° ;
 - Свойство катета и его проекции;
 - формулы для вычисления радиусов вписанной и описанной окружностей;
 - связь между медианой, проведенной к гипотенузе, радиусом описанной окружности, гипотенузой;
 - Зависимость между сторонами и углами прямоугольного треугольника (стр.165).
44. Теорема косинусов. Следствия: связь между диагоналями и сторонами параллелограмма; определение вида треугольника; формула для вычисления длины медианы треугольника; вычисление косинуса угла треугольника.
45. Теорема синусов. Следствие о радиусе описанной окружности.
46. Понятие площади, свойства площадей.

47. Определение равновеликих фигур.
48. Формулы для вычисления площади:
- прямоугольника (через сторону; через диагональ);
 - квадрата (через сторону; через диагональ);
 - параллелограмма (через высоту; через угол);
 - треугольника (через радиус вписанной окружности; описанной окружности; через стороны; через угол; через высоту);
 - ромба (через угол; через диагонали; через высоту);
 - выпуклого четырехугольника;
 - правильного треугольника;
 - правильного шестиугольника;
 - правильного многоугольника;
 - трапеции;
 - круга;
 - кругового сегмента;
 - кругового сектора.
49. Площадь описанного многоугольника.
50. Формулы для вычисления площади треугольника через радиус вписанной, описанной окружности.
51. Вектор. Координаты вектора. Нахождение длины вектора.
52. Равные вектора. Коллинеарные вектора. Их свойства.
53. Координаты середины отрезка.
54. Нахождение расстояния между точками.
55. Алгебраические операции над векторами (сумма, разность, умножение вектора на число).
56. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.
57. Определение скалярного произведения векторов, его свойства.
58. Нахождение угла между векторами.
59. Правильный четырехугольник. Формулы для вычисления:
- длины диагонали;
 - площади (через сторону; через диагональ);
 - радиуса вписанной окружности;
 - радиуса описанной окружности.
60. Правильный треугольник. Формулы для вычисления:
- высоты;
 - радиуса вписанной окружности;
 - радиуса описанной окружности;
 - площади.
61. Правильный шестиугольник. Формулы для вычисления:
- большой диагонали;
 - малой диагонали;
 - радиуса вписанной окружности;
 - радиуса описанной окружности;
 - углов;
 - площади.

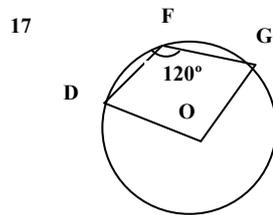
Образцы задач:

1. Луч k проходит между сторонами угла (gh) , градусная мера которого равна 2α . Найти градусную меру угла, образованного биссектрисами углов (gk) и (kh) .
2. Лучи k и t проходят между сторонами угла (gh) , градусная мера которого равна 70° . Угол, образованный биссектрисами углов (gk) и (th) , равен 47° . Найти градусную меру угла (kt) .
3. Сформулировать и доказать первый (второй и третий) признак равенства треугольников при условии, что треугольники равнобедренные.
4. На боковых сторонах равнобедренного треугольника во внешнюю сторону построены равносторонние треугольники. Доказать, что отрезки, соединяющие вершины равносторонних треугольников (отличные от вершин равнобедренных треугольников) с серединой основания равнобедренного треугольника, равны.
5. Периметр равностороннего треугольника равен 36 см, а периметр равнобедренного — 40 см. Найти стороны данных треугольников.
6. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C$ - прямой) проведена высота CD . Доказать, что если $\angle CBA = 30^\circ$, то $AB:BD = 4:1$.
7. Точки K и L — середины сторон AD и BC параллелограмма $ABCD$. Доказать, что прямые AL и CK делят диагональ BD на три равные части.
8. Диагонали трапеции делят ее среднюю линию на три равные части. Определить отношение оснований этой трапеции.
9. Доказать, что отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции, параллелен основаниям трапеции и равен полуразности оснований.
10. Доказать, что середины сторон равнобокой трапеции являются вершинами ромба.
11. Доказать, что если диагонали четырехугольника $ABCD$ взаимно перпендикулярны, то $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$.
12. В параллелограмм вписан ромб так, что его стороны параллельны диагоналям параллелограмма. Найти сторону ромба, если диагонали параллелограмма равны 12 см и 6 см.
13. Из точки D , лежащей на катете AC прямоугольного треугольника ABC , опущен на гипотенузу CB перпендикуляр DE . Найти отрезок CD , если $CB = 17$ см, $AB = 8$ см и $CE = 4$ см.
14. Через точки M и K , принадлежащие сторонам AB и BC треугольника ABC соответственно, проведена прямая MK , параллельная стороне AC . Найти отрезок CK , если $BC = 12$ см, $MK = 8$ см и $AC = 16$ см.
15. Найти сторону правильного треугольника, вписанного в окружность радиуса 12 см.

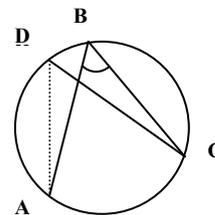
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
90°	$\frac{4}{\sqrt{3}}$	20°	$\frac{1}{\sqrt{5}}$	2 см	34°	$\sqrt{19}$	9 см	80°	16 см



$\angle ABC = ?$



$\angle DOG = ?$



$\angle ADC = ?$

