

10 класс(1-7) Готовьтесь к зачету по алгебре.

Задание № 1.

1. Найдите $tg\alpha$, если $\cos\alpha = \frac{15}{17}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.
2. Упростите выражение $\frac{1-(\cos\alpha-\sin\alpha)^2}{1+\sin^2\alpha-\cos^2(\alpha+\pi)} \cdot tg(3\pi - \alpha)$.
3. Решите уравнение : а) $\sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sqrt{3}$; б) $1 - \sin 3x = \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}\right)^2$.
4. Вычислите : а) $2\sin 600^\circ$; б) $\sin \frac{\pi}{14} \cdot \sin \frac{23\pi}{21} - \cos \frac{\pi}{14} \cdot \cos \frac{23\pi}{21}$.
5. Найдите $\cos 2\alpha$, если $6\cos^2\alpha + \cos\alpha - 2 = 0$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.
6. Сравните: а) $\sin 642^\circ$ и $\cos 42^\circ$, б) $\cos 5^\circ$ и $\cos 5$, в) $\frac{\pi}{3}$ и $tg \frac{\pi}{3}$.
7. Найдите наибольшее значение функции $f(x) = 5 - \frac{7}{4} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right)$.
8. Упростите выражение $\frac{\sin 10^\circ \sin 50^\circ - \sin 100^\circ \cos 50^\circ}{\sin \frac{13\pi}{6}}$.
9. Вычислите $\frac{\cos 41^\circ - \cos 79^\circ}{1 - 2\sin^2(35^\circ 30')} \cdot (\sqrt{3})$.
10. Найдите значение $\frac{T_0}{2\pi}$, где T_0 – наименьший положительный период функции $f(x) = -ctg\left(\frac{x}{4}\right) + 2$.
11. Вычислите: а) $\sin(\arctg 1)$, б) $\frac{18}{\pi} \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$, в) $tg\left(\arccos \frac{1}{2} - \arcsin \frac{1}{2}\right)$,
г) $tg\left(\arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\right)$, д) $\cos\left(2\arcsin\left(-\frac{2}{3}\right)\right)$.
12. Найдите области определения функций и множество их значений: а) $y = 5\arccos(2x - 5) + \pi$,
б) $y = 3 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$, в) $y = tg\left(4x - \frac{\pi}{4}\right) + 2$.
13. Найдите корни уравнения $(2\cos 2x - \sqrt{3})(\sqrt{2}\sin x + 2) = 0$, принадлежащие промежутку $[6\pi; 7\pi]$.
14. При каких значениях параметра $a \neq 3$ уравнение $2\sin x = \frac{a+1}{a-3}$ не имеет корней?
15. Решите уравнение $x^2 - 4x = \cos \pi x - 5$.
16. Решите неравенства: а) $2\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \leq -\sqrt{2}$, б) $ctg \frac{x}{3} \geq -\sqrt{3}$; в) $\cos x \leq \sin^2 x - \cos^2 x$.
17. Решите уравнение $\left(\arcsin x \cdot \arccos x - \frac{\pi^2}{18}\right) \cdot (3 + \sin x) = 0$.

Задание № 2.

1. Вычислите: а) $\frac{1 + \operatorname{tg}^6 \frac{\pi}{3}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{3} + \operatorname{tg}^4 \frac{\pi}{3}}$; б) $\frac{\sin 100^\circ - \sin 40^\circ}{\cos 70^\circ}$; в) $\sin 840^\circ$.
 г) $\cos 75^\circ$, д) $\sin 40^\circ + \cos 70^\circ - \cos 10^\circ$.
2. Решите уравнение: а) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $9 \sin x \cos x - 7 \cos^2 x = 2 \sin^2 x$.
3. Упростите выражение: а) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cos 2\alpha - \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \sin 2\alpha + \cos\left(\frac{\pi}{2} + 3\alpha\right)$; б) $\frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1}{2 \sin^2 \alpha - 1}$.
4. Найдите множество значений функции: а) $y = 5 \cos^2 4x - 6$; б) $y = 3 - 0,5 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$; в) $y = 6 \operatorname{arctg}\left(4x - \frac{\pi}{4}\right) + 2\pi$;
 г) $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \cos(\pi + x) + 3$.
5. Дано $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{4}{3}$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Найдите $\cos 2\alpha$.
6. Найдите значение выражения $\frac{12x_0}{\pi}$, где x_0 – наименьший положительный корень уравнения $2 \cos^2 x - 5 \cos x + 2 = 0$.
7. Вычислите: а) $\cos \frac{13\pi}{6}$; б) $\operatorname{tg}(-210^\circ) + \operatorname{tg}\left(\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) - \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$; в) $\cos\left(\operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{15}}\right)$;
 г) $\arccos(\cos 930^\circ)$, д) $\sin\left(2\left(\arcsin \frac{\sqrt{5}}{3} - \arccos \frac{\sqrt{5}}{3}\right)\right)$.
8. Найдите наибольшее значение функции $y = \sqrt{3} \cos x - \sin x$.
9. Найдите значение выражения $\frac{4 \sin(\alpha - 2\pi)}{5 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}$, если $\alpha = \frac{\pi}{6}$.
10. Найдите $\sin 2\alpha$, если $2 \operatorname{tg}^2 \alpha + 3 \operatorname{tg} \alpha - 2 = 0$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.
11. Решите неравенства: а) $2 \sin\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{6}\right) > \sqrt{3}$; б) $\cos 2x + 5 \cos x + 3 \geq 0$.
12. При каких значениях параметра $a \neq 1$ уравнение $\cos x = \frac{a+1}{a-1} - 2$ имеет корни?
13. Найдите область определения функции: а) $y = \sqrt{\operatorname{arctg} x - \frac{\pi}{4}}$; б) $y = \sqrt{\frac{\pi}{4} + \arcsin(2-x)}$.
14. Укажите число корней уравнения $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x = 0$ на промежутке $\left(-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.
15. Сравните: а) $\sin 6^\circ$ и $\cos 2^\circ$; б) $\sin 2$ и $\cos 2$; в) $\frac{\pi}{4}$ и $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}$.

Задание № 3.

- Упростите выражение $-\sin 4\alpha \cos(\pi - 2\alpha) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right) \cos 4\alpha + \cos(4\pi + 2\alpha)$.
- Вычислите: а) $\frac{\cos^2 22,5^\circ - \sin^2 22,5^\circ}{\cos 25^\circ \cos 20^\circ - \sin 25^\circ \sin 20^\circ}$; б) $\sin\left(\arctg\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) + \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$, в) $\sin\left(\arctg\left(-\frac{3}{4}\right)\right)$,
г) $\arccos(\cos 660^\circ)$, д) $\operatorname{tg}\left(2 \arccos \frac{5}{\sqrt{26}} - \arcsin \frac{12}{13}\right)$.
- Найдите область определения функции: а) $y = 5 \arccos(4 - x)$; б) $y = \arcsin\left(\frac{3}{x}\right) - 12 \arccos\left(x + \frac{1}{2}\right)$
в) $y = \operatorname{tg} \frac{x}{3} - 2$; г) $y = \frac{2}{\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}$; д) $y = \frac{\operatorname{tg} x}{\sin^2 x - 2}$.
- Найдите $\sin \frac{\alpha}{2}$, если $2 \cos^2 \alpha - 3 \cos \alpha - 2 = 0$ и $0 < \alpha < \pi$.
- Найдите наименьший положительный период функции $f(x) = 3 - \cos\left(\frac{3x}{5}\right)$.
- Решите уравнение: а) $\cos^2 x = \sin^2 x$; б) $\left(\arccos^2 x - \frac{3\pi}{4} \arccos x + \frac{\pi^2}{8}\right) \cdot (\sin x - \sqrt{2}) = 0$;
в) $2 \cos^4 x + 1 = 3 \cos 2x$, г) $\sin^2 \frac{x}{3} + \sin^2 \frac{4x}{9} = \sin^2 \frac{5x}{9} + \sin^2 \frac{2x}{3}$
- Найдите корни уравнения: а) $\sqrt{x^2 - 5x + 6}(x - 1) = 0$; б) $\sqrt{6 - 4x - x^2} = x + 4$; в) $(x + 4) \cdot (x + 1) - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$.
- Найдите множество значений функции: а) $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x$; б) $y = \frac{\pi}{5} + 2 \operatorname{arctg} x$ в) $y = 2 - 6 \sin 4x$.
- Найдите $3 \operatorname{tg} 2\alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = 0,5$.
-
- Выберите среди данных чисел наибольшее: а) $\operatorname{tg} 32^\circ, \operatorname{tg} 154^\circ, \operatorname{tg} 87^\circ, \operatorname{tg} 268^\circ$; б) $\arccos 0,4, \arccos(-0,3), \arccos\left(-\frac{\pi}{5}\right)$
- Найдите множество значений функции $y = \sin x$ на отрезке $[30^\circ; 60^\circ]$.
- Вычислите $\frac{2 \cos^2 48^\circ - 1}{\sin 186^\circ - \sin 6^\circ}$.
- При каких значениях параметра a уравнение $4 \cos x + 3 \sin x = \frac{a+2}{2}$ не имеет корней?
- Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $(\cos x + \cos 47\pi) \cdot (\cos x - 2a - 1) = 0$ имеет на отрезке $[0; \pi]$ только два различных корня.

Задание № 4.

1. Упростите
 - а) $\frac{\sin\alpha + \sin(3\alpha - 2\pi)}{\cos\alpha + \cos(3\alpha + 2\pi)}$;
 - б) $\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} - 5\alpha\right) - 2\cos\left(\frac{\pi}{2} + 3\alpha\right) \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} + 3\alpha\right)}{1 + \cos(5\alpha + \pi) - 2\sin^2(\pi + 3\alpha)} - \operatorname{ctg}\left(\frac{11\alpha}{2} - \pi\right)$;
 - в) $\cos^2(45^\circ + \alpha) - \cos^2(30^\circ - \alpha) + \sin 15^\circ \sin(75^\circ - 2\alpha)$.
2. Найдите x , если известно, что $\cos 62^\circ - \cos 18^\circ = -2\sin x \cdot \sin 22^\circ$ и $x \in (90^\circ; 180^\circ)$.
3. Найдите область значений и нули функции $y = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$.
4. Найдите область определения функции $y = \frac{\operatorname{tg} x}{\sin^2 x - 2}$.
5. Найдите наименьший положительный период функций:
 - а) $y = \cos 5x \cdot \cos 3x + \sin 5x \cdot \sin 3x$;
 - б) $y = \frac{2\sin\frac{x}{3}}{\cos\frac{x}{3}}$;
 - в) $y = \cos 3x - 2\cos 4x \cdot \cos x$.
6. Сравните значения выражений:
 - а) $\operatorname{ctg}\frac{\pi}{5}$ и $\operatorname{ctg}\frac{2\pi}{5}$;
 - б) $\operatorname{tg}\frac{2\pi}{3}$ и $\operatorname{tg}\frac{6\pi}{7}$;
 - в) $\cos(-1,8)$ и $\cos 2,3$;
 - г) $\sin 3$ и $\cos(-\pi)$.
7. Решите неравенства:
 - а) $-\sqrt{2}\cos 3x < 1$;
 - б) $\operatorname{tg}\frac{x}{3} \geq \operatorname{tg}\frac{\pi}{6}$;
 - в) $\sin\left(\frac{\pi}{3} + 2x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) \geq 1$;
 - г) $\sqrt{2}\sin^2 x + \cos x < 0$;
 - д) $2\cos x(\cos x - \sqrt{8}\operatorname{tg} x) < 5$;
 - е) $\arccos x < \frac{\pi}{3}$;
 - ж) $\arcsin\frac{1}{x^2} + \arccos\frac{1}{x^2} < 2$.
8. Решите уравнения:
 - а) $\sqrt{2x-1} + 2 = x$;
 - б) $\sqrt{3+x} \cdot \sqrt{3-x} = x$;
 - в) $4\cos\frac{\pi}{3} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\sqrt{3}$;
 - г) $\cos^2(\pi - x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \operatorname{tg}^2\frac{3\pi}{4}$;
 - д) $\frac{\cos^2(\pi-x) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)}{\cos 5\pi} + \frac{1}{\sin^2 x} = 2\operatorname{ctg}^2 x$;
 - е) $\sin^2 x - \cos 2x = 2 - 2\sin 2x$;
 - ж) $9\sin x \cdot \sin(3\pi - x) - 7\sin^2\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = 2\sin^2 x$;
 - з) $\arcsin^2 x - \frac{3\pi}{2}\arcsin x + \frac{\pi^2}{2} = 0$;
 - и) $\frac{2\sin^2 x + \cos^2 x}{1 - 2\sin x} = 2\sin\frac{17\pi}{4}\cos\frac{9\pi}{4}$;
 - к) $(x-3)^2 + 3x - 22 = \sqrt{x^2 - 3x + 7}$.