10класс. Задания для подготовки к переводному экзамену

по алгебре и началам анализа (часть B и C).

1. Вычислите:

1) $\sqrt[4]{32\cdot\sqrt[3]{4}}+\sqrt[4]{64\cdot\sqrt[3]{0,5}}-3\cdot\sqrt[3]{2\cdot\sqrt[4]{2}}$; 2) $5\cdot\sqrt{48\cdot(1,5)^{-\frac{1}{3}}}+\sqrt{32\cdot\sqrt[3]{2,25}}-\sqrt[3]{24\cdot\sqrt{2}}$;

3) $\left(\frac{\sqrt[4]{3}-\sqrt[4]{27}}{3-\sqrt{3}}+\frac{1+3^{-0,5}}{3^{-0,25}}\right)^2\cdot\left(4-\frac{6}{\sqrt{3}}\right)^{-\frac{1}{2}}$; 4) $\left(\frac{2^{0,75}-\sqrt[4]{2}}{1-\sqrt{2}}+\frac{1+\sqrt{2}}{2^{0,25}}\right)^2\cdot\left(1,5-\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^{-\frac{1}{2}}$;

2. 1) Найдите наибольшее целое значение из области определения функции:

$y=\sqrt{\frac{16-16x+4x^2}{1-x}}$.

2) Найдите область определения функции: $y=\frac{\sqrt{x^2-9}}{\sqrt{4-3x-x^2}}$.

3) Найдите множество решений неравенства: $\frac{x^2-4x+3}{x^2-3x+2}\cdot\left(1-\frac{2}{2-x}\right)\le 0$.

4) Найдите сумму всех целых решений неравенства $\frac{2-x-x^2}{3x-2x^2-x^3}\ge 0$,

удовлетворяющих условию $|x+1|\le 4$.

3. 1) Найдите число корней уравнения $\sqrt{x-2}\cdot\sqrt{2x-7}=4-x$.

2) Найдите $x_0\cdot\left(x_0{}^2+2\right)$, если x_0 -корень уравнения $\sqrt{3x^2-14x+17}=3-2x$.

3) Найдите сумму корней уравнения $\left(16-x^2\right)\cdot\sqrt{-2x-6}=0$.

4) Найдите произведение корней уравнения $x^2+2\cdot\sqrt{x^2+6x-7}=2\cdot(11-3x)$

5) Найдите сумму корней(или корень, если он один) уравнения

$\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}-2\cdot\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}=-3$

. 6) Сумма корней (или корень, если он один) уравнения

$2\cdot\sqrt{3x-2}=7x-\frac{5x^2}{\sqrt{3x-2}}$ принадлежит промежутку

1)$[1;2]$, 2)$(2;6)$, 3)$(-1;3)$, 4)$(3;4)$, 5)*правильный ответ не указан* .

7) Найдите $x_0+48x_0^{-1}$, если x_0 -корень уравнения $\sqrt[6]{x+16}-\sqrt[3]{x+16}+2=0$.

4. Решите неравенство :

1) $\sqrt{3x-2}\succ\sqrt{-x+4}$. 2) $(x-3)\cdot\sqrt{x+1}\ge 0$.

3) $x-5\cdot\sqrt{x}\le 6$. Найдите сумму целых решений неравенства :

4) $\sqrt{16-x}\prec x+4$. 5) $\sqrt{\frac{x^2-9}{x}}\prec 2$.

6) Найдите число целых решений неравенства $\sqrt{x+1}\prec 5-x$.

7) Найдите число целых решений неравенства $\sqrt{x^2-4x}\succ x-3$,

удовлетворяющих условию $|x-1|\le 4$.

5. Вычислите:

1) $\sin^3\frac{23\pi}{24}\cdot\cos\frac{\pi}{24}+\cos^3\frac{23\pi}{24}\cdot\sin\frac{\pi}{24}$ 2) $\frac{\cos 57^0+\cos 33^0}{\sin 39^0\cdot\sin 51^0}$

3) $\frac{\cos^2 37^0-\sin^2 23^0}{\sin 104^0}$. 4) $\sin^6\frac{\pi}{8}+\cos^6\frac{9\pi}{8}$

5) $\frac{2\sin 170^0+\cos 40^0}{\cos 130^0}$.

6) Найдите значение выражения $\frac{\sin^2\alpha-4\cos^2\alpha}{2\sin^2\alpha+3\cos^2\alpha}$, если $tg\alpha=\frac{3}{4}$.

7) Найдите значение выражения $\cos^2\left(\frac{5\pi}{4}-2\alpha\right)$, если $\sin 4\alpha=-0,2$.

8) Найдите значение выражения $ctg\frac{\alpha}{2}$, если $\sin\alpha=\frac{8}{17}, tg\alpha\prec 0$.

6. Вычислите:

1) $\sin\left(2\arccos\frac{3}{5}\right)$. 2) $\sin\left(arcctg\left(-\sqrt{8}\right)\right)$. 3) $tg\left(\arccos\left(-\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)+\frac{\pi}{2}\right)$.

7. 1) Найдите среднее арифметическое корней уравнения $\sin^2\left(x+\frac{3\pi}{2}\right)+\frac{1}{2}\sin 2x=1$, принадлежащих отрезку $[-\pi;\pi]$.

2) Найдите сумму корней уравнения $\cos 7x+\sin 8x=\cos 3x-\sin 2x$, принадлежащих отрезку $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

3) Найдите сумму корней уравнения $\sin x\cdot\sin 7x=\sin 3x\cdot\sin 5x$, принадлежащих интервалу $(0;\pi)$.

4) Найдите число корней уравнения $\cos 4x-3\sin\left(\frac{3\pi}{2}+2x\right)+2\sin^2 3x+2\cos^2 3x=0$, принадлежащих отрезку $\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]$.

5) Пусть x_1-меньший, а x_2-больший из корней уравнения $3\sin 2x+2\sin\left(\frac{\pi}{2}+2x\right)=3$,принадлежащих интервалу $(0;\pi)$. Найдите значение выражения $x_2\cdot tgx_1$.

6) Найдите число корней уравнения $\frac{\cos x+\sin 2x}{\cos 3x}=1$, принадлежащих отрезку $[0;2\pi]$.

7) Найдите число корней уравнения $5-3\sin 2x+7\sin x-7\cos x=0$, принадлежащих отрезку $[-\pi;1,5\pi]$.

8) Найдите сумму корней уравнения $\sqrt{\pi^2-x^2}\cdot(4\sin 2x+6-9\sin x-9\cos x)=0$.

9) Найдите среднее арифметическое корней уравнения $\sqrt{4\cos 2x-2\sin 2x}=2\cos x$, принадлежащих отрезку $[0;2\pi]$.

10) Найдите сумму корней уравнения $\sin^2\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(\frac{5x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\cdot\cos\left(\frac{5x}{2}+\frac{7\pi}{4}\right)$, принадлежащих отрезку $[0;\pi]$.

11) Найдите сумму корней уравнения $3tg^2x+\cos 2x=2\cos^2 x$, принадлежащих отрезку $[0;\pi]$.

8. Найдите производную функции в точке :

1) $y=\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{3x}{2}, x_0=\pi$.

2) $y=x\cos^2 x+\pi, x_0=\frac{\pi}{4}$

. 3) $y=x^4+x^2-(x-2)^3, x_0=-1$.

4) Найдите уравнение касательной, проведенной к графику функции $y=(2x+1)^3$ в точке с абсциссой $x_0=-1$.

5) Касательная, проведенная к графику функции $y=\sqrt{x}-1$ в точке x_0, проходит через начало координат. Найдите x_0

. 6) Через точку $(-2;-5)$ проходят две касательные к графику функции $y=2,5-\frac{5}{x}$. Найдите сумму абсцисс точек касания.

7) К графику функции $y=\frac{x^3}{3}+x^2+\frac{7}{3}$ проведена касательная, параллельная прямой $y=-x$. Найдите сумму координат точки касания.

8) Найдите тангенс угла между касательными, проведенными к графику функции $y=x^3-x+6$ и $y=x^2-5x$ в точке их пересечения.

9. Исследуйте функцию и постройте ее график:

$$1)y=(x-1)^3\cdot(x-3)^3;2)y=\frac{1-x^2}{x-2};3)y=\frac{x}{2}+\frac{2}{x-5};4)y=\frac{(x-3)^2}{x^2}.$$

10. Стоимость одного часа эксплуатации парохода, плывущего со скоростью v км/ч, составляет $32+14v+\frac{v^2}{2}$. С какой скоростью должен плыть пароход. Чтобы стоимость поездки протяженностью 120 км была наименьшей?

11. Из круглого бревна вырезают балку с прямоугольным сечением наибольшей площади. Найдите размеры сечения балки, если радиус сечения бревна равен 20см.

12.Найдите число, сумма которого со своим квадратом принимает наименьшее значение.

13. Открытый бак, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием, должен вмещать 13,5 л жидкости. При каких размерах бака на его изготовление потребуется наименьшее количество металла?

11.Точка движется по координатной прямой согласно закону $x(t)=1,5t^2-3t+7$, где x(t)-координата в момент времени t. В какой момент времени скорость точки будет равна 12?

12.Мотоциклист в первые 5 с движения проезжал расстояние (в метрах) ,

.которое можно описать формулой $S(t)=t^3+3t$. Найдите его ускорение в момент времени t=1.

13. Трактор тащит сани с силой F= 80 kH, направленной под острым углом α к горизонту. Работа трактора , выраженная в килоджоулях, на участке длиной S=50 м равна $A=FS\cos\alpha$. При каком максимальном угле α (в градусах) совершенная работа будет не менее 2000 kДж ?

14. При движении ракеты ее видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, сокращается по закону $l=l_0\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}$, где $l_0=10м$ - длина покоящейся ракеты, $c=3\cdot10^5 км/с$ - скорость ракеты, а v-скорость ракеты (в км/с). Какова должна быть минимальная скорость ракеты, чтобы ее наблюдаемая длина стала не более 8м? Ответ выразите в км/с.