

Подготовка к КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ «Комплексные числа»

1. Представьте в алгебраической форме число :

$$\text{а) } \frac{1-2i}{2-i} + (1+3i)^3 ; \quad \text{б) } \frac{(\sqrt{3}-i)^9}{(1-i\sqrt{3})^6} \quad \text{в) } (\sqrt{2}+2i) \cdot \frac{2\left(\cos\frac{7\pi}{4} - i\sin\frac{7\pi}{4}\right)}{i^{20}}.$$

2. Запишите данное число в тригонометрической форме:

$$\text{а) } 12+5i, \quad \text{б) } -5(\sin 238^\circ - i \cos 238^\circ) \quad \text{в) } \left(\frac{1-i}{i\sqrt{3}-1}\right)^4.$$

3. Решите на множестве комплексных чисел уравнение:

$$\text{а) } |z-i| - i|z| = 3\sqrt{2} - 5i;$$

$$\text{б) } z^3 + 1 = 0$$

$$\text{в) } x^2 + 4x + 20 = 0;$$

$$\text{г) } z^3 - 27i = 0;$$

$$\text{д) } z^2 - 2iz - 5 = 0.$$

4. Пусть $f(z) = 2z^3 - 3z^2 - z + 3$.

Вычислите $f(z_0) + f(\overline{z_0})$, где $z_0 = 2 - i$.

5. Изобразите на комплексной плоскости:

$$\text{а) } |iz - 3 - 4i| = 1;$$

$$\text{б) } \begin{cases} \operatorname{Re} z < -4 \\ |z + 3i| \geq 3 \end{cases}$$

$$\text{в) } -\frac{1}{4} \leq \operatorname{Im}\left(\frac{1}{z}\right) < \frac{1}{1}$$

$$\text{в) } \begin{cases} (\operatorname{Im} z)^2 + (\operatorname{Re} z)^2 < 1 \\ 16 - (\operatorname{Im} z)^2 < (\operatorname{Re} z)^2 \end{cases}$$

6. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 5z_1 - 3\overline{z_2} = 5i - 9 \\ 4\overline{z_1} + z_2 = 3 - 4i \end{cases}$$