

10-Д,3. Материал для подготовки к к/р по теме «Пределы».

1. Найдите пределы числовых последовательностей:

$$\text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3}{n^2+3} - \frac{2n^2}{2n+1} \right), \quad \text{б) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{10n+17n+\dots+n(10n-3)}{\left(3+\frac{3}{2}+\frac{3}{4}+\frac{3}{8}+\dots\right)n^3-5n^2} \right), \quad \text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n-n^3}{(3n+1)^3}.$$

2. Найдите пределы функций:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{1-tgx} - \sqrt{1+tgx}}{\sin 2x}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{tg12x}{\sin 5x - \sin 3x}, \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}} - \sqrt{x} \right), \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2\sin^2 x + \sin x - 1}{1 + 2\sin^2 x - 3\sin x}.$$

3. Найдите асимптоты для графика функции $y = 2 - \frac{x^4 - 8x}{x^3 - 2x^2}$ и схематично изобразите график функции.

4. Схематично постройте график функции $y=f(x)$, если известно:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \frac{1}{2},$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - 0,5x) = 3, \quad f(-11) = 0, \quad f(-6) = 0, \quad f(0) = 0, \quad f(1) = 1, \quad f(4) = 0, \quad f(8) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 11^-} f(x) = -8,$$

$$\lim_{x \rightarrow 11^+} f(x) = +\infty;$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 2, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - 2x) = 6; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = -8; \quad f(-5) = 0, \quad f(0) = -3,$$

$$f(10) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -3; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 8^+} f(x) = -\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow 8^-} f(x) = 12.$$