Подготовка к итоговому зачету по алгебре за курс 10 класса.

А1. а) $\sqrt[3]{\frac{\sqrt[15]{17^{46}}}{\sqrt[15]{17}}} - \sqrt[7]{\frac{\sqrt[4]{5^{57}}}{\sqrt[4]{5}}}$; (-3)

б) $(\sqrt[18]{4^3 \cdot 27^2})^3$ (1)

в) Значение выражения $\sqrt[7]{2\sqrt{3} - 4\sqrt{5}} \cdot \sqrt[14]{23 + 4\sqrt{15}}$ $(-\sqrt[7]{34})$

г) Упростить: $\frac{x^3+y^3-(x+y)^3}{x^2-y^2}$, если x= $\frac{1}{6^{0.5}-3^{0.5}}$, y=$\frac{6^{0.5}-3^{0.5}}{3}$

д) $2\sqrt[3]{x^2} + \frac{\sqrt[3]{9x^5}-4x}{2\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{3x^2}}$

е) $\frac{a-\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{a}-\sqrt{a}} + \frac{a+\sqrt[3]{a}\sqrt{a}-\sqrt[3]{a}-1}{\sqrt{a}-1}$

ж) $\frac{x^{0.6}-x^{-0.6}}{x^{0.4}+x^{-0.4}+1} + x^{-0.2}$

з) $\left(\frac{2}{a^{\frac{2}{3}}-4} + \frac{2}{2-a^{3}} - \frac{1}{2+a^{\frac{1}{3}}}\right) : \left(\frac{4-a^{\frac{2}{3}}}{3}\right)^{-1}$

и) $\frac{a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{a-b}{a+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b} + 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}$

А2

1) $\frac{ctg^2x}{sin^2x}$ (tg^2x-sin^2x)
2) $\frac{8sin5°\cdot cos5° cos10°}{cos70°}$;
3) $\frac{2\sin(\alpha+\frac{3\pi}{2})}{5\cos(\pi+\alpha)}$ если α=$\frac{5\pi}{4}$
4) $\frac{sin91°-sin1°}{9\sqrt{2cos46}°+11\sqrt{2}sin44°}$

5) $\frac{6(sin10°+sin80°)(cos80°-cos10°)}{2sin70°}$

А3 Вычислите:

1) $\left(1\frac{1}{3}: 1{,}125 - 1{,}75: \frac{2}{3}\right) \cdot 1\frac{5}{7}$
2) $\left(1\frac{1}{4} - 14{,}05\right): 0{,}04 + 13{,}8: \frac{1}{13}$

А4. Найти значение производной функции в точке:

1) $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+3}}+\frac{1}{x+1}; f'(1)=?$
2) $f(x)=sin^4x-cos^4x; f'\left(\frac{\pi}{12}\right)=?$
3) $f(x)=(x^2-x)\cos^2 x; f'(0)=?$
4) $f(x)=\sin^3\frac{x}{2}; f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=?$
5) $f(x)=\frac{x}{3}-\frac{3}{x}; f'(3)=?$

А5. Найти производную:

1) $y=3\sqrt[3]{x^2}+2x^3\sqrt{x}+\frac{1}{x^3}$
2) $y=\frac{1-cos2x}{1+cos2x}$
3) $y=\sqrt[3]{4x^3-7x^2+1}$
4) $y=cos^2 3x$
5) $y=x^2\cos\frac{1}{x}$
6) $y=(x^3+1)cos2x$
7) $y=sin4xcos4x$

А6. Найти множество значений функции

1) $y=-3\sin 3x+1$
2) $y=5-2\cos^2 x$
3) $y=2\sin^2 x-4$
4) $y=5\cos x-1$
5) $y=3\cos 2x-12\sin 2x$

А7.

1) Ctg($\frac{\pi}{4}$+x)=7-5tg2x; -arctg1.5+πn; arctg0.5+πk
2) 2cos3x=$\sqrt{3}$cosx+sinx $\frac{\pi}{24}+\frac{\pi n}{2}; -\frac{\pi}{12}+\pi k$
3) Sinx -tg$\frac{\pi}{10}$cosx=1 $\frac{\pi}{2}+\pi k; \frac{7\pi}{10}+2\pi n$ k,n,m є Ƶ
4) (3-ctg^{2}x)sin2x=2(1+cos2x) $\frac{\pi}{2}+\pi k; \frac{\pi}{4}+\pi n$; -arctg$\frac{1}{3}$+ πm

Найдите наибольший отрицательный корень:

5) tg$\frac{\Pi(x+9)}{4}$=-1
6) sin$\frac{\Pi(8x-3)}{6}$=0,5
7) cos^{2}x=1-sinx
8) cos2x=cos^{2}x

А8. Упростить выражение:

1) ctg(30-x)ctg(150-x)ctg(270+x) tg3x

2) $\frac{1}{sin10}$ - $\frac{\sqrt{3}}{cos10}$ 4

3) $\frac{cos70cos10+cos80cos20}{cos63cos8+cos82cos22}$ 1

4) $\frac{\sqrt{3}cosx+\cos(90+x)}{cosx+\sqrt{3}\cos(x-90)}$ tg(60-x)

5) $\frac{\cos(270+0.5x)-2\sin(x+90)\cos(x+90)-\sin(180-0.5x)}{\sin(90-0.5x)+cos2x+\cos(180-0.5x)}$, если ctg2x=a

A9.

1) Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y=3\cos-2x$ в точке с абсциссой $x_0=\frac{\Pi}{2}$

2) В какой точке касательная к графику заданной функции $y=f(x)$ параллельна заданной прямой:
   a) $y=3+x,\ f(x)=\frac{x^3}{3}-3x^2+10x-4;$
   b) $y=0,\ f(x)=\frac{x^4}{4}-x^2+8;$
   c) $y=x-3,\ f(x)=\frac{x^3}{3}-x^2+2x-7;$
   d) $y=2,\ f(x)=\frac{5}{4}x^4-x^3+6?$

3) Определите, какой угол образует с осью X касательная, проведённая к графику функции y=f(x) в точке с абсциссой x=a, если:
   a) $f(x)=\frac{2x-1}{3-2x},\ a=\frac{1}{2};$
   b) $f(x)=\frac{x-1}{x-2},\ a=1$

A10 Решите неравенства:

1) $\sqrt{\frac{x-3}{3-2x}}$ > -1;

2) $\sqrt{3x-4}$ > $\sqrt{4-x}$;

3) $\sqrt{x^2}$+x < 1;

4) $x \geq \frac{6}{x+5}$.

A11.

1) $\frac{1+\sin 2x}{(\sin x+\cos x)^2}$

2) $\frac{tg\,\alpha+\sin\alpha}{2\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$

3) $\frac{\sin 3\alpha+\sin 5\alpha+\sin 7\alpha}{\cos 3\alpha+\cos 5\alpha+cos7\alpha}$

4) $\frac{\cos 2\alpha}{\cos^4\alpha-\sin^4\alpha}-\frac{\cos^4\alpha+\sin^4\alpha}{1-\frac{1}{2}\sin^2 2\alpha}$

5) $\frac{1+\sin 4\alpha-\cos 4\alpha}{1+\cos 4\alpha+\sin 4\alpha}$

6) $\frac{2\cos^2\alpha-1}{4tg\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\sin^2(\frac{\pi}{4}+\alpha)}$

B1.

1) $\sqrt{-x^2+6x-5} > 8-2x$
2) $4x-6 > \sqrt{6x-2x^2}$
3) $\frac{\sqrt{2x^2-5x+2}}{2x^2+6x} \leq 0$
4) $\sqrt{x+18} < 2-x$ [-18;-2]
5) $\sqrt{3x-x^2} < 4-x$ [0;3]
6) $\sqrt{x^2+1} > x-1$ (-∞;∞)
7) $\frac{\sqrt{2x-1}}{x-2}<1$ [1/2;2] U [5; +∞)
8) $3\sqrt{x}-\sqrt{x+3} > 1$ [1;+ ∞)

$\sqrt{5-x} < \frac{\sqrt{x^3-7x^2+14x-5}}{\sqrt{x-1}}$

B2

1)$\sqrt{x+3}\sqrt{3x+7} = x+3$

2)$\sqrt{x^4-2x-11} = 1-x$

3)$\sqrt{x^2-4}\left(3-\sqrt{1-x}\right) = 0$

4)$(x-5) = (x-5)\sqrt{x-2}$

5)$\sqrt{x-8}+9\sqrt{8-x} = 0$

6)$\sqrt[3]{x+5}-\sqrt[3]{x-4}$=3

Найти $x_0(x_0+1)$, где $x_0 -$ корень уравнения $\sqrt[3]{24+\sqrt{x-2}}-\sqrt[3]{5+\sqrt{x-2}} = 1$

7) $\sqrt{16-8x+x^2}+\sqrt{4x^2-13x-17} = x+4$

B3

1) Найти наибольшее значение функции: y=x^3+18x^2+81x+3 на отрезке [-12;-7]. 3
2) Найти наименьшее значение функции: y=26cosx-29x+27 на отрезке y[-$\frac{3\pi}{2}$;0]. 53
3) Найдите точку максимума функции: y=(2x-1)cosx-2sinx+1 принадлеж. промежутку (0;$\frac{\pi}{2}$) 0,5
4) Найти число целых чисел из интервала убывания y=$\frac{(x+2)^3}{x^2}$
5) Найти наименьшее значение функции: $f(x) = x^4(x+2)^3$ на отрезке $[-1; 0]$

B4

1) sinx – sin2x + sin5x + sin8x = 0;
2) 2sinx – cosx = 0,4;
3) cos(90+5x) + sinx = 2cos3x;
4) $\cos x-\sqrt{3}\sin x = \cos 3x$;

5) sin(x+40)cos(x+10) = 0,5;
6) $\operatorname{tg} x = \sin x + 2sin^2 \frac{x}{2}$;

B5

1)Найти угловой коэффициент касательной к графику функции $y = x^3 - 2x + 4$ в точке $x_0 = -1$

2)Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $[-5; 3]$. На рисунке изображён график её производной. Укажите наибольшую длину промежутка, на котором касательная к графику функции $y = f(x)$ образует с положительным направлением оси Ox угол $0 \leq \alpha \leq 45°$.

B6

Найдите точки экстремума заданной функции и определите их характер:

1) $y = x + \frac{4}{x}$;
2) $y = \frac{x^2+9}{x}$;
3) $y = x - 2\sqrt{x-2}$;
4) $y = 4\sqrt{2x-1} - x$.

C1

1) $20\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^2 - 5\left(\frac{x+2}{x-1}\right)^2 + 48\frac{x^2-4}{x^2-1} = 0$;
2) $x^2 + \frac{81x^2}{(x+9)^2} = 40$;

C2

1) $58\cos\left(\frac{72\Pi}{61}\right) + 26\sin\left(-\frac{6\Pi}{97}\right) + sin2x + \cos\left(x - \frac{3\Pi}{2}\right) = 58\cos\left(\frac{72\Pi}{2}\right) + 26\sin\left(-\frac{6\Pi}{97}\right)$;
2) $tg^2x - \sin\frac{5\Pi}{6}tgx = 0 \qquad \left[\frac{3\Pi}{2}; \frac{5\Pi}{2}\right]$;
3) $\frac{6\cos^2 - \cos x - 2}{\sqrt{-\sin x}} = 0 \quad -\arccos\frac{2}{3} + 2\pi n, -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, n, k \in Z$
4) $\frac{2\sin^2 x - \sin x - 1}{\sqrt{-\cos x}} = 0 - \frac{5\pi}{6} + 2\pi m,$ /
5) $2cos^2x - \sin(90 - x) - 1 = 0,$ найти корни на промежутке $[-360; -90]$

C3

1) Найдите наибольшее возможное значение площади равнобедренного треугольника, длина боковой стороны которого равна $2\sqrt{2}$.
2) Периметр треугольника равна 20. Длина одной из его сторон равна 5. Найти длины других сторон треугольника, при которых его площадь принимает наибольшее значение. Найдите его

3) Каждая из боковых сторон и меньшее из оснований трапеции равны а. Найти большее основание трапеции так, чтобы её площадь была наибольшей. (2а)

4) Найдите размеры открытого бассейна объёмом 18, с дном в форме прямоугольника, стороны которого относятся как 1:3 так, чтобы на облицовку стен и дна пошло наименьшее количество материала. (2,6; 1,5)

5) Площадь равнобедренной трапеции с углом при основании 60 равна $2\sqrt{3}$. Найти длину высоты трапеции наименьшего периметра. ($\sqrt{3}$)

6) Найти максимально возможную площадь прямоугольника с периметром 72. (324)

7) Найти наибольший периметр равнобедренной трапеции, вписанной в полукруг радиуса R так, что нижнее основание трапеции совпадает с диаметром полукруга. (5R)

С4

Исследуйте функцию и постройте её график: $y = \frac{x^2+4}{x}$

Постройте график функции:

a) $y = \frac{x}{x^2-4}$;

b) $y = \frac{x^2-4}{x^2+4}$,

С5

a) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 20 \\ xy = 8 \end{cases}$ (-2;-4),(-4;-2),(2;4),(4;2)

c) $\begin{cases} 2y^2 - 4xy + 3x^2 = 17 \\ y^2 - x^2 = 16 \end{cases}$ (-3;-5),(-5/3;-13/3),(5/3;13/3),(3;5)

d) $\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 21 \\ y^2 - 2xy + 15 = 0 \end{cases}$ (-4;-5), (-3$\sqrt{3}$;-$\sqrt{3}$),(3$\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$),(4;5)

e) $\begin{cases} x^3 + y^3 = 7 \\ xy(x + y) = -2 \end{cases}$ (-1;2),(2;-1)

f) $\begin{cases} 2x + by = c^2 \\ \mathrm{bx} + 2\mathrm{y} = \mathrm{ac} - 1 \end{cases}$

g) $\begin{cases} \sqrt{x^2} + y = 5 \\ y^2 - x = 7 \end{cases}$

h) $\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 4 \\ x + y = 28 \end{cases}$

i) $\begin{cases} \sqrt{7x + y} + \sqrt{x + y} = 6 \\ \sqrt{x + y} - y + x = 2 \end{cases}$

j) $\begin{cases} x\sqrt{(x + y)^2} = 3x \\ x\left(\sqrt{(x - y)^2}\right)^2 = 0 \end{cases}$