

**Вариант 1**

1. По заданной функции найти все остальные:  $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

2. Упростить:  $\frac{2\sin^2 \alpha - 1}{\sin \alpha + \cos \alpha}$ .

3. Упростить:  $\sin \frac{3\pi}{7} \cdot \sin \frac{5\pi}{21} - \cos \frac{3\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{21}$ .

4. Упростить:  $\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \sec(\pi + \alpha) \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}{\cos(\pi - \alpha) - \sin(2\pi - \alpha)}$ .

5. Упростить:  $\sin(\pi - \alpha) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \left[ \sin^4\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) - \sin^4(\pi + \alpha) \right]$ .

6. Упростить:  $\sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} - \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

7. По заданному значению функции найти  $\sin \frac{\alpha}{4}$ , если  $\sin \alpha = \frac{336}{625}$ ,  $450^\circ < \alpha < 540^\circ$

8. Построить графики функций:

а)  $y = \cos \frac{x}{2}$ ; б)  $y = 2 \sin 3x - 1$ ; в)  $y = |\operatorname{ctg} x|$ .

9. Преобразовать в произведение:  $1 + \sin \alpha + \cos \alpha$ .

10. Преобразовать в произведение:  $\frac{2\cos^2 2\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha - \cos 0^\circ}{2\sin^2 2\alpha + \sqrt{3} \sin 4\alpha - \sin \frac{\pi}{2}}$ .

11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

а)  $\cos x + \cos^2\left(x + \frac{5\pi}{4}\right) = \cos \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x + 3\pi}{2}$ ,  $\left[-\frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{2}\right]$ ;

б)  $\sin 3x = \cos x$ ,  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ .

12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

$3\cos^2 x - \sin^2 x - \sin 2x = 0$ ,  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ .

13. Решить уравнение  $8\sin^4 x + 13\cos 2x = 7$ .

14. Решить уравнение  $\sin x + \cos\left(5x - \frac{9\pi}{2}\right) = \sqrt{3} \sin(3x + \pi)$ .

15. Решить уравнение  $\frac{2(\cos x + \sin x) + 1 - \cos 2x}{2(1 + \sin x)} = \sqrt{3} + \sin x$ .

**Вариант 2**

1. По заданной функции найти остальные  $\cos \alpha = -\frac{5}{13}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .
2. Упростить  $\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha + 1$ .
3. Упростить  $\sin \frac{\pi}{42} \cdot \sin \frac{17\pi}{21} - \cos \frac{\pi}{42} \cdot \cos \frac{17\pi}{21}$ .
4. Упростить  $\frac{\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \operatorname{tg}(\pi - \alpha) + \cos 0^\circ}{\sin(\pi - \alpha) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \operatorname{ctg}^2(2\pi - \alpha)}$ .
5. Упростить  $\sin^2\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) - 4 \sin^2\left(\pi + \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)$ .
6. Упростить  $\sqrt{\frac{2 \sin \alpha - \sin 2\alpha}{2 \sin \alpha + \sin 2\alpha}}, \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .
7. По заданному значению функции найти  $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{4}$ , если  $\cos \alpha = -\frac{3}{5}, 450^\circ < \alpha < 540^\circ$ .
8. Построить графики функций
  - а)  $y = 3 \sin 2x$ ;
  - б)  $y = -\frac{1}{3} \operatorname{tg} \frac{x}{4}$ ;
  - в)  $y = \sin x \cdot \operatorname{ctg} x$ .
9. Преобразовать в произведение  $1 - \cos \alpha + \sin \alpha$ .
10. Преобразовать в произведение  $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + 2 \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos(\alpha + \beta)$ .
11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу
  - а)  $(1 - \cos 2x) \sin 2x = \sqrt{3} \cdot \sin^2 x, \left[-\frac{\pi}{3}, \pi\right]$ ;
  - б)  $\cos\left(2x + \frac{3\pi}{2}\right) = \sin\left(x - \frac{5\pi}{2}\right), (-\pi, \pi)$ .
12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу  $6 \sin^2 x + 3 \sin x \cdot \cos x - 5 \cos^2 x = 2, [\pi, 2\pi]$ .
13. Решить уравнение:  $2 \cos^4 x + 1 = 3 \cos 2x$ .
14. Решить уравнение  $\cos 5x - \sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{2} \cos(4x + 3\pi)$ .
15. Решить уравнение  $\frac{1 - \sin x + \sqrt{3} \sin 2x}{2\sqrt{3} \cos x - 3} = \frac{1}{3} + \sin x$ .

**Вариант 3**

1. По заданной функции найти остальные  $\sec \alpha = -\frac{41}{9}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

2. Упростить  $\frac{\sin \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$ .

3. Упростить  $\sin \frac{\pi}{15} \cdot \cos \frac{3\pi}{5} + \sin \frac{3\pi}{5} \cdot \cos \frac{\pi}{15}$ .

4. Упростить  $\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) - \sin(2\pi - \alpha) \cdot \cos(\alpha - \pi)}{\left[\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) + \sin(\pi - \alpha)\right]^2 - 1}$ .

5. Упростить  $1 - 8 \sin^2\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ .

6. Упростить  $\sqrt{\left(1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \left(\operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2} - 1\right)}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

7. По заданному значению функции найти  $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{4}$ , если  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $270^\circ < \alpha < 360^\circ$ .

8. Построить графики функций

а)  $y = 3 \cos 3x$ ;      б)  $y = \frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} + 1$ ;      в)  $y = \operatorname{ctg}|x|$ .

9. Преобразовать в произведение  $1 - 2 \cos \alpha + \cos 2\alpha$ .

10. Преобразовать в произведение  $\operatorname{tg} 3\beta - \operatorname{tg} 2\beta - \operatorname{tg} \beta$ .

11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

а)  $\frac{1}{\cos 8x} + 1 = \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - 4x\right)}{\cos 8x}$ ,  $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{8}\right]$ ;

б)  $3 \sin^2 2x + 7 \cos 2x - 3 = 0$ ,  $(-\pi, \pi)$ .

12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

$$\sin^2 x + \frac{3}{2} \cos^2 x = \frac{5}{2} \sin x \cdot \cos x, \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right].$$

13. Решить уравнение  $4 \sin^4 x + 7 \cos 2x = 1$ .

14. Решить уравнение  $\cos 3x + \sin\left(x + \frac{7\pi}{2}\right) = \sqrt{3} \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ .

15. Решить уравнение  $\frac{(\sqrt{3} + 2) \sin x - \sin 2x}{1 - \cos x} = 3 + 2 \sin x$ .

**Вариант 4**

1. По заданной функции найти остальные  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{40}{9}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

2. Упростить  $\frac{(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 - 1}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - 1}$ .

3. Упростить  $\sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{3\pi}{4} + \sin \frac{3\pi}{4} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$ .

4. Упростить  $\frac{2 - \sec^2(\alpha - 2\pi)}{1 - 2\sin^2\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)} + \operatorname{ctg}^2\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ .

5. Упростить  $\left[ \sin^4\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin^4(\pi + \alpha) \right] \cos(2\pi - \alpha) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ .

6. Упростить  $\sqrt{1 + \sin 2\alpha} - \sqrt{1 - \sin 2\alpha}$ ,  $\frac{3\pi}{4} < \alpha < \frac{5\pi}{4}$ .

7. По заданному значению функции найти  $\sin \frac{\alpha}{4}$ , если  $\cos \alpha = -\frac{527}{625}$ ,  $450^\circ < \alpha < 540^\circ$ .

8. Построить графики функций

а)  $y = \frac{1}{4} \cdot \operatorname{tg} \frac{x}{3}$ ;      б)  $y = -2 \cos x + 1$ ; в)  $y = |\sin 2x|$ .

9. Преобразовать в произведение  $1 - \sin \alpha - \cos \alpha$ .

10. Преобразовать в произведение  $(3 + 4 \cos 4\alpha + \cos 8\alpha)(3 - 4 \cos 4\alpha + \cos 8\alpha)^{-1}$ .

11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

а)  $1 + \sin x - \cos x = 0$ ,  $[-\pi, 0]$ ;

б)  $8 \cos^6 x = 3 \cos 4x + \cos 2x + 4$ ,  $\left(-\pi, \frac{5\pi}{4}\right)$ .

12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

$\cos^2 x - 3 \sin x \cdot \cos x = -1$ ,  $[0, \pi]$ .

13. Решить уравнение  $8 \cos^4 x = 11 \cos 2x - 1$ .

14. Решить уравнение  $\sin 6x - \cos\left(4x + \frac{3\pi}{2}\right) = \sqrt{2} \sin\left(5x - \frac{\pi}{2}\right)$ .

15. Решить уравнение  $\frac{1 - \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 - \operatorname{ctg} \frac{x}{2}} = 2 \sin \frac{x}{2}$ .

## Вариант 5

1. По заданной функции найти остальные  $\sec \alpha = -5$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

2. Упростить  $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha} - \cos \alpha$ .

3. Упростить  $\sin \frac{\pi}{18} \cdot \cos \frac{10\pi}{9} + \cos \frac{\pi}{18} \cdot \sin \frac{10\pi}{9}$ .

4. Упростить  $\frac{\cos(\pi - \alpha) - \sin(2\pi - \alpha)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \sec(\pi + \alpha) \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}$ .

5. Упростить  $2 \cos\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \cos(7\pi - \alpha) \cdot \left[\sin^2\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) - \sin^2(\pi + \alpha)\right]$ .

6. Упростить  $\sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}} - \sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

7. По заданному значению функции найти  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{4}$ , если  $\sin \alpha = \frac{336}{625}$ ,  $450^\circ < \alpha < 540^\circ$ .

8. Построить графики функций:

а)  $y = -3 \sin 2x$ ;    б)  $y = \cos^2 x$ ;    в)  $y = \left| \frac{1}{3} \sin \frac{x}{2} \right|$ .

9. Преобразовать в произведение  $\cos(2\pi - \alpha) + \sin \alpha + 1$ .

10. Преобразовать в произведение  $\sin 6\alpha - 2\sqrt{3} \cos^2 3\alpha + \sqrt{3}$ .

11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

а)  $\sqrt{3} \operatorname{tg} x - \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 x} = \sin x \cdot \cos \frac{5\pi - 2x}{2}$ ,  $\left[-\frac{5\pi}{6}, \pi\right]$ ;

б)  $\sin 2x + \sin(\pi - 8x) = \sqrt{2} \cos 3x$ ,  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ .

12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

$3 \cos^2 x = 4 \sin x \cdot \cos x - \sin^2 x$ ,  $\left(-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$ .

13. Решить уравнение  $2 \cos^2 x + 1 + 5 \cos 4x = 0$ .

14. Решить уравнение  $\cos 3x \cdot \sin x + 2 \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 1$ .

15. Решить уравнение  $\sin x - \operatorname{tg} x = (\cos x)^{-1} - \cos x$ .

**Вариант 6**

1. По заданной функции найти остальные  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

2. Упростить  $\frac{\sin^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{2\cos^2 \alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha} - \sin^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha$ .

3. Упростить  $\sin \frac{\pi}{24} \cdot \cos \frac{5\pi}{8} + \cos \frac{\pi}{24} \cdot \sin \frac{5\pi}{8}$ .

4. Упростить  $\frac{\operatorname{ctg}^2(2\pi - \alpha)\sin(\pi - \alpha)\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\cos 4\pi + \operatorname{tg}(\pi - \alpha)\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}$ .

5. Упростить  $\sin^4 \frac{\alpha}{2} - 6\cos^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^4 \frac{\alpha}{2}$ .

6. Упростить  $\sqrt{\frac{\cos 2\alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha}}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$ .

7. По заданному значению функции найти  $\cos \frac{\alpha}{4}$ , если  $\sin \alpha = \frac{336}{625}$ ,  $450^\circ < \alpha < 540^\circ$ .

8. Построить графики функций:

а)  $y = \frac{1}{3} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ ; б)  $y = -\operatorname{tg} 2x + 1$  в)  $y = \frac{\cos x}{|\cos x|}$ .

9. Преобразовать в произведение  $\sin \alpha + 1 + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$ .

10. Преобразовать в произведение  $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta - 2\sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos(\alpha - \beta)$ .

11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

а)  $1 - \sin 3x = \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}\right)^2$ ,  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ ;

б)  $\sin x \cdot \operatorname{tg} x + \cos x \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x + \cos x$ ,  $\left(-\frac{3\pi}{4}, \pi\right)$ .

12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

$3\sin^2 x - 4\sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = 0$ ,  $[-\pi, 0]$ .

13. Решить уравнение  $\cos 4x = \sin^2 x - \frac{3}{4}$ .

14. Решить уравнение  $\sin\left(2x + \frac{5\pi}{2}\right) - 3\cos\left(\frac{7\pi}{2} - x\right) = 1 + 2\sin x$ .

15. Решить уравнение  $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x = \operatorname{tg} 3x$ .

## Вариант 7

1. По заданному значению функции найти остальные  $\operatorname{ctg} \alpha = 5, \pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$ .
2. Упростить  $\frac{\sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$ .
3. Упростить  $\sin \frac{\pi}{21} \cdot \cos \frac{9\pi}{7} + \sin \frac{9\pi}{7} \cdot \cos \frac{\pi}{21}$ .
4. Упростить  $\frac{1 - \left[ \sin(\pi - \alpha) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \right]^2}{\sin(\alpha - 2\pi)\cos(\alpha - \pi) + \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}$ .
5. Упростить  $\sin^4\left(\pi + \frac{\alpha}{2}\right) + \cos^4\left(2\pi - \frac{\alpha}{2}\right) - 6\sin^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2}$ .
6. Упростить  $\sqrt{\frac{2\sin \alpha + \sin 2\alpha}{2\sin \alpha - \sin 2\alpha}}, 3\pi < \alpha < 4\pi$ .
7. По заданному значению функции найти  $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{4}$ , если  $\cos \alpha = -\frac{527}{625}, 450^\circ < \alpha < 540^\circ$ .
8. Построить графики функций:
  - а)  $y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ ;
  - б)  $y = \frac{1}{2}\operatorname{ctg} \frac{x}{4} - 1$ ;
  - в)  $y = |\sin|x||$ .
9. Преобразовать в произведение  $\sin \frac{\pi}{2} - \sin(\pi - \alpha) - \cos \alpha$ .
10. Преобразовать в произведение  $4\cos \alpha \cos \varphi \cos(\alpha - \varphi) - 2\cos^2(\alpha - \varphi) - \cos 2\varphi$ .
11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу
  - а)  $\left[1 + \sin\left(2x + \frac{7\pi}{2}\right)\right] \cdot \sin 2x = \sqrt{3} \sin^2 x, \left[-\frac{\pi}{3}, \pi\right]$ ;
  - б)  $\sin x + \sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) = 1 - 0,5 \sin 2x, (-2\pi, \pi)$ .
12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу  $\sin^3 x - 2\sin^2 x \cdot \cos x - \sin x \cdot \cos^2 x + 2\cos^3 x = 0, \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ .
13. Решить уравнение  $2\sin^2 2x + \sin^2 4x = \frac{5}{4}$ .
14. Решить уравнение  $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 + \cos 2x$ .
15. Решить уравнение  $1 - 3\cos x + \cos 2x = \frac{(\sin x)^{-1}}{\operatorname{ctg} 2x - \operatorname{ctg} x}$ .

**Вариант 8**

1. По заданной функции найти все остальные  $\operatorname{tg} \alpha = -7, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .
2. Упростить  $\frac{\cos \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha} - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$ .
3. Упростить  $\sin \frac{\pi}{20} \cos \frac{7\pi}{10} + \sin \frac{7\pi}{10} \cos \frac{\pi}{20}$ .
4. Упростить  $\operatorname{tg}^2(\pi - \alpha) + \frac{2 - \sec^2(\alpha - \pi)}{1 - 2\sin^2\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)}$ .
5. Упростить  $\frac{1 - \cos(8\alpha - 3\pi)}{\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{ctg} 2\alpha}$ .
6. Упростить  $\frac{\sqrt{1 + \sin \alpha} + \sqrt{1 - \sin \alpha}}{\sqrt{1 + \sin \alpha} - \sqrt{1 - \sin \alpha}}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .
7. По заданному значению функции найти  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{4}$ , если  $\cos \alpha = -\frac{3}{5}, 450^\circ < \alpha < 540^\circ$ .
8. Построить графики функций:
  - а)  $y = 3\cos\left(3x - \frac{3\pi}{2}\right)$ ;    б)  $y = \sin^2 \frac{x}{4}$ ;    в)  $y = -\operatorname{ctg}|x|$ .
9. Преобразовать в произведение  $\sin \alpha - \sin \beta + \sin(\alpha + \beta)$ .
10. Преобразовать в произведение  $\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha - 2\operatorname{tg} 2\alpha + 4$ .
11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу
  - а)  $1 + \sin x + \cos x = 0, \left[-\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$ ;
  - б)  $2 \sin 2x \cdot \sin 3x = \sin x \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \cdot \sin 6x, \left(-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right)$ .
12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу  $\sin^2 x \cdot (\operatorname{tg} x + 1) = 3 \sin x (\cos x - \sin x) + 3, \left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$ .
13. Решить уравнение  $\sin^2 6x + 5 \sin^2 3x = 2$ .
14. Решить уравнение  $5 \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 6 \sin 2x + 5 \sin 3x + \sin 4x = 0$ .
15. Решить уравнение  $(\cos x + \sin x)^2 + 1 = \frac{2 \sin^2 x}{\cos^{-2} x - 1}$ .



**Вариант 9**

1. По заданному значению функции найти остальные если  $\sin \alpha = -\frac{2}{5}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .
2. Упростить  $\sec^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha$ .
3. Упростить  $\sin \frac{\pi}{20} \cdot \sin \frac{6\pi}{5} - \cos \frac{\pi}{20} \cdot \cos \frac{6\pi}{5}$ .
4. Упростить  $\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \sec(3\pi - \alpha) + \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{\cos(\alpha - \pi) + \sin(\alpha - 2\pi)}$ .
5. Упростить  $\left[\sin^4\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right) - \sin^4\left(3\pi + \frac{\alpha}{2}\right)\right] \cdot \sin\left(\pi - \frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)$ .
6. Упростить  $\sqrt{1 + \cos \alpha} - \sqrt{1 - \cos \alpha}$ ,  $2\pi < \alpha < 3\pi$ .
7. По заданному значению функции найти  $\cos \frac{\alpha}{2}$ , если  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ,  $450^\circ < \alpha < 540^\circ$ .
8. Построить графики функций:
  - а)  $y = -\frac{1}{3} \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ ;
  - б)  $y = 3 \sin \left[ 2 \left( x - \frac{\pi}{4} \right) \right]$ ;
  - в)  $y = \sqrt{1 - \sin^2 x}$ .
9. Преобразовать в произведение  $\sin \alpha + \sin \beta + \sin(\alpha + \beta)$ .
10. Преобразовать в произведение  $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + 2 \sin \alpha \sin \beta \cos(\alpha + \beta)$ .
11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу
  - а)  $1 + \cos 8x = \operatorname{ctg} 4x$ ,  $\left[ -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{8} \right]$ ;
  - б)  $\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{4}$ ,  $\left( -\frac{2\pi}{3}, 2\pi \right)$ .
12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу  $2 \sin^2 x + 3 \cos 2x = 5 \sin 2x + 6$ ,  $(-2\pi, -\pi)$ .
13. Решить уравнение  $\sin^2 2x - 2 \cos^2 x + \frac{3}{4} = 0$ .
14. Решить уравнение  $\sin(\pi - 2x) + \sin 6x = 3 \cos^2 2x$ .
15. Решить уравнение  $\operatorname{tg} x + \frac{\cos x}{1 + \sin x} = 2$ .

**Вариант 10**

1. По заданному значению функции найти остальные  $\operatorname{tg} \alpha = 5$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

2. Упростить  $\operatorname{cosec}^2 \alpha - \cos^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha$ .

3. Упростить  $\cos \frac{\pi}{54} \cdot \cos \frac{22\pi}{27} - \sin \frac{\pi}{54} \cdot \sin \frac{22\pi}{27}$ .

4. Упростить  $\left[ \frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) - \cos(3\pi - \alpha)}{\cos 2\pi - \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)} \right]^2 \cdot \sec^2\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ .

5. Упростить  $\frac{\cos 2\alpha \cdot \sin^2\left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \sin^2\left(45^\circ + \frac{\alpha}{2}\right)}{\operatorname{ctg} \alpha - \sin 2\alpha}$ .

6. Упростить  $\sqrt{\frac{1 + \cos \alpha + \cos^2 \alpha}{1 + \sec \alpha + \sec^2 \alpha}}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

7. По заданному значению функции найти  $\sin \frac{\alpha}{2}$ , если  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ,  $450^\circ < \alpha < 540^\circ$ .

8. Построить графики функций:

а)  $y = \frac{1}{2} \sin\left(-\frac{x}{3}\right)$ ; б)  $y = |-2 \cos|2x||$ ; в)  $y = \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x$ .

9. Преобразовать в произведение  $1 + \sin \alpha + \cos \alpha + \operatorname{tg} \alpha$ .

10. Преобразовать в произведение  $2 \sin \alpha \sin \beta \cos(\alpha - \beta) - \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$ .

11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

а)  $\cos \frac{4x}{3} \cdot \cos \frac{x}{3} = 3 \cos x - \sin \frac{4x}{3} \cdot \sin \frac{x}{3} + \sqrt{3}$ ,  $[-2\pi, \pi]$ .

б)  $\cos x + \cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \sin x$ ,  $\left(-\frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{2}\right)$ .

12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

$6 \sin x - 5 \sin 2x \cdot \cos x = 2 \cos^3 x$ ,  $\left[-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ .

13. Решить уравнение  $\sin^4 x + 5 \cos 2x + 4 = 0$ .

14. Решить уравнение  $\cos \frac{x}{2} + \cos\left(\pi + \frac{3x}{2}\right) = 3 \sin^2 \frac{x}{2}$ .

15. Решить уравнение  $\sin^3 x \cdot (1 + \operatorname{ctg} x) + \cos^3 x \cdot (1 + \operatorname{tg} x) = \cos 2x$ .

**Вариант 11**

1. По заданной функции найти все остальные  $\sin \alpha = -0,5, \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .

2. Упростить  $\left(\frac{1 - \sin \alpha}{1 - \operatorname{cosec} \alpha}\right)^4 + \cos^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$ .

3. Упростить  $\sin \frac{\pi}{18} \cdot \sin \frac{10\pi}{9} - \cos \frac{\pi}{18} \cos \frac{10\pi}{9}$ .

4. Упростить  $\sec^2\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \left[ \frac{\cos(5\pi - \alpha) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \cos 4\pi} \right]^2$ .

5. Упростить  $\frac{\sin \alpha \cdot \sin(\alpha + \beta) + \cos \alpha \cdot \cos(\alpha + \beta)}{\sin \beta - \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}}$ .

6. Упростить  $\sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} - \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

7. По заданному значению функции найти  $\sin \frac{\alpha}{4}$ , если  $\sin \alpha = -\frac{24}{25}, 180^\circ < \alpha < 270^\circ$ .

8. Построить графики функций:

а)  $y = -3 \cos\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)$ ; б)  $y = \left|\operatorname{tg} \frac{x}{2}\right|$ ; в)  $y = \frac{\sin x}{|\sin x|}$ .

9. Преобразовать в произведение  $1 + \sin \alpha - \cos \alpha - \operatorname{tg} \alpha$ .

10. Преобразовать в произведение  $\sin 10\alpha \cdot \sin 8\alpha + \sin 8\alpha \cdot \sin 6\alpha - \sin 4\alpha \cdot \sin 2\alpha$ .

11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

а)  $3 \sin^2 \frac{x}{2} + 4 \sin \frac{x}{2} = \left(\sin \frac{x}{4} - \cos \frac{x}{4}\right)^2 + 3 \cos^2 \frac{x}{2}, \left[-\frac{7\pi}{3}, 2\pi\right]$ ;

б)  $\cos\left(\frac{5\pi - 2x}{2}\right) \operatorname{tg} x + \cos x \cdot \operatorname{ctg} x = \sin x + \cos x, \left(-\frac{3\pi}{4}, \pi\right)$ .

12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

$2 \sin^3 x + 2 \sin^2 x \cdot \cos x - \sin x \cdot \cos^2 x - \cos^3 x = 0, \left(-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$ .

13. Решить уравнение  $9 \cos^4 x - \sin^4 x = 2 \sin^2 2x$ .

14. Решить уравнение  $6 \cos^2 x + \cos 3x = \cos x$ .

15. Решить уравнение  $\sin^3 x \cdot (1 + \operatorname{ctg} x) + \cos^3 x \cdot (1 + \operatorname{tg} x) = \cos 2x$ .

**Вариант 12**

1. По заданной функции найти все остальные  $\sin \alpha = -\frac{5}{\sqrt{26}}$ ,  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .

2. Упростить  $\left(\frac{\sec \alpha - 1}{1 - \cos \alpha}\right)^2 - \operatorname{tg}^2 \alpha$ .

3. Упростить  $\sin \frac{\pi}{36} \cdot \cos \frac{13\pi}{18} + \cos \frac{\pi}{36} \cdot \sin \frac{13\pi}{18}$ .

4. Упростить  $\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \cos 0}{\cos(7\pi - \alpha) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)} \cdot \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ .

5. Упростить  $\frac{4\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right)\sin^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)\cos 2\alpha}{\operatorname{ctg} \alpha - \sin 2\alpha}$ .

6. Упростить  $\sqrt{\frac{\operatorname{ctg} \alpha - \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1}}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

7. По заданному значению найти  $\cos \frac{\alpha}{4}$ , если  $\sin \alpha = -\frac{24}{25}$ ,  $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ .

8. Построить графики функций:

а)  $y = \frac{1}{3} \sin\left(x - \frac{7\pi}{3}\right)$ ;    б)  $y = 2\sin^2 2x$ ;    в)  $y = \sqrt{1 - \sin^2 x} + \cos x$ .

9. Преобразовать в произведение  $\sin \alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha$ .

10. Преобразовать в произведение  $\operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \beta - \cos \beta + \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha}$ .

11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

а)  $\sin 2x + \sin^2 x + 2\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right)\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 0, \left[-\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$ ;

б)  $12\sin^2 x \cdot \cos^2 x + 7\cos 2x = 3, (-\pi, \pi)$ .

12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

$2\sin^3 x - 2\sin^2 x \cdot \cos x + 3\sin x \cdot \cos^2 x - 3\cos^3 x = 0, \left(-\frac{\pi}{4}, 2\pi\right)$ .

13. Решить уравнение  $5\sin^4 x - \cos^4 x = \sin^2 2x$ .

14. Решить уравнение  $\cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) + \sin(\pi - 3x) = 4\cos^3 x$ .

15. Решить уравнение  $\cos x + \sin x = \frac{\cos 2x}{1 - \sin 2x}$ .

**Вариант 13**

1. По заданной функции найти все остальные  $\cos \alpha = -\frac{1}{5\sqrt{2}}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

2. Упростить  $\left(\frac{1 + \cos \alpha}{\sec \alpha + 1}\right)^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha - 1$ .

3. Упростить  $\frac{1 - \operatorname{tg} \frac{\pi}{36} \cdot \operatorname{tg} \frac{13\pi}{18}}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{36} + \operatorname{tg} \frac{13\pi}{18}}$ .

4. Упростить  $\frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{\sec^2(\pi - \alpha)} - \frac{\sin(\pi - \alpha) \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) - \operatorname{tg}(\pi - \alpha)}$ .

5. Упростить  $(\sin 3\alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha - \cos 3\alpha \cdot \sec \alpha) \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$ .

6. Упростить  $\sqrt{\frac{1 + \sec \alpha + \sec^2 \alpha}{1 + \cos \alpha + \cos^2 \alpha}}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

7. По заданному значению функции найти  $\cos \frac{\alpha}{4}$ , если  $\cos \alpha = -\frac{113}{162}$ ,  $540^\circ < \alpha < 630^\circ$ .

8. Построить графики функций:

а)  $y = \sin|x| + 1$ ;    б)  $y = \frac{2}{3} \operatorname{tg} 2x$ ;    в)  $y = \left| \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x \right|$ .

9. Преобразовать в произведение  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \sin(\pi - \beta) + \sin(\alpha + \beta)$ .

10. Преобразовать в произведение  $\frac{\cos 2\alpha + \cos \alpha + 2\left(\cos \alpha \cdot \cos \frac{\alpha}{2} - \sin \alpha \cdot \sin \frac{\alpha}{2}\right)}{\sin 2\alpha - \sin \alpha} + \sqrt{3}$ .

11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

а)  $\cos \frac{4x + 3\pi}{2} - 1 = (\sin x - \cos x)^2$ ,  $\left[-2\pi, \frac{5\pi}{4}\right]$ ;

б)  $1 - \cos(\pi + x) - \sin\left(\frac{3\pi + x}{2}\right) = 0$ ,  $(-3\pi, 3\pi)$ .

12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу  $3\sin 2x + 2\cos 2x - 3 = 0$ ,  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ .

13. Решить уравнение  $4\sin^2 2x - 2\cos^2 2x = \cos 8x$ .

14. Решить уравнение  $\sin\left(\frac{9\pi}{2} - x\right) + \cos(3\pi + 3x) = 2\sin 2x$ .

15. Решить уравнение  $\frac{\sin x}{1 + \cos x} = 2 - \operatorname{ctg} x$ .

**Вариант 14**

1. По заданной функции найти все остальные  $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{7}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

2. Упростить  $\left(\frac{1 - \cos\alpha}{1 - \sec\alpha}\right)^2 + \sin^2\alpha$ .

3. Упростить  $\frac{\operatorname{tg}\frac{\pi}{24} + \operatorname{tg}\frac{29\pi}{24}}{1 - \operatorname{tg}\frac{\pi}{24} \cdot \operatorname{tg}\frac{29\pi}{24}}$ .

4. Упростить  $\frac{\sin(\alpha - \pi) \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\operatorname{tg}(\alpha - \pi) + \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)} + \frac{\sin^2\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\sec^2(2\pi - \alpha)}$ .

5. Упростить  $(\cos\alpha \cdot \operatorname{cosec}\alpha - \sin\alpha \cdot \sec\alpha) \cdot (1 - \cos 4\alpha)$ .

6. Упростить  $\sqrt{\frac{\operatorname{ctg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha}}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

7. По заданной функции найти  $\sin\frac{\alpha}{4}$ , если  $\cos\alpha = -\frac{113}{162}$ ,  $540^\circ < \alpha < 630^\circ$ .

8. Построить графики функций:

а)  $y = \frac{3}{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ ;      б)  $y = |\operatorname{tg}|x||$ ;      в)  $y = \cos\frac{x}{3} \cdot \sec\frac{x}{3}$ .

9. Преобразовать в произведение  $1 + \operatorname{tg}\alpha + \sec\alpha$ .

10. Преобразовать в произведение  $\sin^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) - \sin\frac{\pi}{12} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{12} + 2\alpha\right)$ .

11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

а)  $1 + \cos\frac{x}{2} - \cos(\pi - x) = 0$ ,  $\left[-\frac{4\pi}{3}, 2\pi\right]$ ;

б)  $\cos\left(2x + \frac{3\pi}{2}\right) - 1 = (\sin x + \cos x)^2 + 2\operatorname{tg}2x$ ,  $\left(-\frac{5\pi}{8}, \pi\right)$ .

12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

$\sin 6x - 3 \cdot \cos^2 3x + \sin^2 3x = 0$ ,  $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ .

13. Решить уравнение  $2(\sin^2 2x + 1) = \sin 8x + 6\cos^2 2x$ .

14. Решить уравнение  $\cos 3x \cdot \cos 4x + \sin 2x \cdot \sin 5x = \frac{1}{2}(\cos 2x + \cos 4x)$ .

15. Решить уравнение  $3\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}x + (\cos 2x - 1) \cdot \cos^{-2} x = 0$ .

**Вариант 15**

1. По заданной функции найти все остальные  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{15}{8}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

2. Упростить  $\left( \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{ctg} \alpha} \right)^2 - \sec^2 \alpha$ .

3. Упростить  $\sin \frac{\pi}{54} \cdot \sin \frac{31\pi}{27} - \cos \frac{\pi}{54} \cdot \cos \frac{31\pi}{27}$ .

4. Упростить  $\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \sec(\pi + \alpha) - \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\cos(3\pi - \alpha) + \sin(\alpha - 2\pi)}$ .

5. Упростить  $(4\sin^4 \alpha + \sin^2 2\alpha) \cdot \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$ .

6. Упростить  $\sqrt{\frac{\cos^2(\pi + \alpha) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + 1}{\operatorname{cosec}^2\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \sec(\pi + \alpha) + 1}}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

7. По заданному значению функции найти  $\cos \frac{\alpha}{4}$ , если  $\cos \alpha = -\frac{7}{25}$ ,  $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ .

8. Построить графики функций

а)  $y = 2 \cos \frac{x}{2} - 1$ ; б)  $y = -2 \sin |x|$ ; в)  $y = \operatorname{tg} x \cdot \frac{\sin x}{|\sin x|}$ .

9. Преобразовать в произведение  $\sec \alpha + \operatorname{tg} \alpha - 1$ .

10. Преобразовать в произведение  $\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha - 2\operatorname{tg} 2\alpha - 4\operatorname{tg} 4\alpha$ .

11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

а)  $-\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \cos^2\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{4}$ ,  $\left[-2\pi, \frac{\pi}{2}\right]$ ;

б)  $\frac{1 - \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg} \frac{x + \pi}{2}} = 2 \sin \frac{x}{2}$ ,  $(-3\pi, 2\pi)$ .

12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

$6 \sin^2 x + \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x = 2$ ,  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ .

13. Решить уравнение  $\sin 12x + 9 \sin^2 3x - 3 \cos^2 3x = 3$ .

14. Решить уравнение  $2 \sin x \cdot \cos 2x + \sin 2x \cdot \cos x = \sin 4x \cdot \cos x$ .

15. Решить уравнение  $\frac{\sin^2 x - 2}{\sin^2 x - 4 \cos^2 \frac{x}{2}} - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} = 0$ .