

Вариант 16

1. По заданной функции найти все остальные $\sec \alpha = -1\frac{1}{24}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

2. Упростить $\frac{\sin^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{2 \cos^2 \alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha} - \sin^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha$.

3. Упростить $\cos \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{7\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{12} \cdot \sin \frac{7\pi}{6}$.

4. Упростить $\frac{1 + \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \operatorname{tg}(3\pi - \alpha)}{\sin(5\pi - \alpha) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}$.

5. Упростить $\frac{\sin 3\alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha - \cos 3\alpha \cdot \sec \alpha}{(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + \sin 2\alpha}$.

6. Упростить $\sqrt{\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}}$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

7. По заданной функции найти $\sin \frac{\alpha}{4}$, если $\cos \alpha = -\frac{7}{25}$, $180^\circ < \alpha < 270^\circ$.

8. Построить графики функций:

а) $y = 2 \sin \frac{x}{2}$; б) $y = -\frac{1}{2} \cos 2x + 1$; в) $y = \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| + 2$.

9. Преобразовать в произведение $\cos 4\pi + \sin(\pi - \alpha) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$.

10. Преобразовать в произведение $3 - 4 \cos(4\alpha - 3\pi) - \cos(3\pi + 8\alpha)$.

11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

а) $\sin x + \sin 3x = 4 \cos^3 x$, $\left[-\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$;

б) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + \sin 8x = \sqrt{2} \cos 3x$, $\left(-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$.

12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

$\sin^2 x - 2 \sin x \cdot \cos x = 3 \cos^2 x$, $\left(-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$.

13. Решить уравнение $\cos 12x - 5 \cos^2 3x + \sin^2 3x + 1 = 0$.

14. Решить уравнение $1 + \sin(3\pi - 3x) = \cos 2x - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$.

15. Решить уравнение $\frac{1 - \cos x}{\sin \frac{x}{2}} = 2$.

Вариант 17

1. По заданной функции найти все остальные $\cos \alpha = -\frac{13}{12}$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.
2. Упростить $\frac{2\sin^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha} - \cos^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$.
3. Упростить $\cos \frac{4\pi}{3} \cdot \cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{4\pi}{3} \cdot \sin \frac{\pi}{12}$.
4. Упростить $\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \operatorname{ctg}^2(3\pi - \alpha) \cdot \sin(2\pi - \alpha)}{\cos 2\pi + \operatorname{tg}(\pi - \alpha) \cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}$.
5. Упростить $\frac{\sin 2\alpha}{\sin^4 \frac{\alpha}{2} - \cos^4 \frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} - \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}$.
6. Упростить $\sqrt{\frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1}{\operatorname{ctg} \alpha - \sin \alpha \cdot \cos \alpha}}$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.
7. По заданному значению функции найти $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{4}$, если $\cos \alpha = -\frac{7}{25}$, $180^\circ < \alpha < 270^\circ$.
8. Построить графики функций:
 - а) $y = -\cos \frac{x}{3}$;
 - б) $y = \operatorname{tg}\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) - 1$;
 - в) $y = 2|\sin x| + \frac{1}{2}$.
9. Преобразовать в произведение $\sin(\pi - \alpha) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + 1$.
10. Преобразовать в произведение $\sin^2 \alpha + \cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)$.
11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу
 - а) $\cos(7\pi - x) - \sin\left(\frac{5\pi}{2} + 3x\right) = 2\cos x$, $\left[-\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$;
 - б) $\frac{1 - \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right)}{1 + \operatorname{tg}(2x - 3\pi)} = 2(\sin 2x + \cos 2x)^2$, $\left(-\frac{\pi}{2}, \pi\right)$.
12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу $\sin^3 \frac{x}{3} - \sin^2 \frac{x}{3} \cos \frac{x}{3} - 3\sin \frac{x}{3} \cdot \cos^2 \frac{x}{3} + 3\cos^3 \frac{x}{3} = 0$, $\left[\frac{\pi}{4}, 2\pi\right]$.
13. Решить уравнение $8\cos^4 x - \cos 4x = 1$.
14. Решить уравнение $\sin 5x - \cos\left(\frac{7\pi}{2} + x\right) = \sin 2x$.
15. Решить уравнение $\operatorname{tg} \frac{x}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{3x}{2} + \cos^{-1} \frac{x}{2} \cdot \sin^{-1} \frac{3x}{2} = 1$.

Вариант 18

1. По заданной функции найти все остальные $\cos \alpha = \frac{9}{41}$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

2. Упростить $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha$.

3. Упростить $\sin \frac{11\pi}{6} \cdot \sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{11\pi}{6} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$.

4. Упростить $1 + \sin(\alpha - 2\pi) \cdot \cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) - \operatorname{tg}(\pi - \alpha) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) - 2\cos^2(\alpha + \pi)$.

5. Упростить $\left(\frac{1}{1 - \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} - \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} \right) \cdot \frac{1 + \operatorname{tg} 2\alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha}$.

6. Упростить $\sqrt{\operatorname{cosec}^2\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) + \sec^2\left(\alpha + \frac{3\pi}{2}\right)}$, $\frac{3\pi}{2} < 2\alpha < 2\pi$.

7. Вычислить $\sin 7^\circ 30'$.

8. Построить графики функций:

а) $y = -\operatorname{tg} \frac{x}{2}$; б) $y = 2\sin \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$; в) $y = -|\cos 2x| + \frac{1}{4}$.

9. Преобразовать в произведение $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - 2\cos\left(2\pi - \frac{\alpha}{2}\right) + \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$.

10. Преобразовать в произведение

$$\left(\sec^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha - 8\right) \cdot \left(\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha + 2\right)^{-1} + \sqrt{3} \sin 4\alpha.$$

11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

а) $\cos\left(\frac{7\pi}{2} + 2x\right) - \sin\left(\frac{11\pi}{2} + 4x\right) = 1$, $\left[\frac{\pi}{12}, \pi\right]$;

б) $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin x = 2\sin^2 \frac{x}{2}$, $(-\pi, 2\pi)$.

12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

$$\cos x - \sin x = 4\cos x \sin^2 x, \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right].$$

13. Решить уравнение $4\sin^4 x = 5\cos^2 x + 2\cos 2x + 2$.

14. Решить уравнение $\sin 3x + \cos 2x = 1 + 2\sin x \cdot \cos 2x$.

15. Решить уравнение $(1 + \sin x) \cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right) = \cos^{-1} x - \cos x$.

Вариант 19

1. По заданной функции найти все остальные $\sec \alpha = -\frac{13}{5}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

2. Упростить $\frac{1 - \operatorname{ctg}^2 \alpha}{\operatorname{tg} \alpha - 1} - \operatorname{ctg} \alpha + 1$.

3. Упростить $\sin \frac{2\pi}{21} \cdot \sin \frac{10\pi}{7} + \cos \frac{2\pi}{21} \cdot \cos \frac{10\pi}{7}$.

4. Упростить $\frac{\left[\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) \right]^2 + \cos \pi}{\sin^2\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) - \sin^2(3\pi - \alpha) + \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)}$.

5. Упростить $\frac{\sin 2\alpha + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2}{\sin 3\alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha - \cos 3\alpha \cdot \sec \alpha}$.

6. Упростить $\sqrt{(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2}$, $\alpha < \beta$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$.

7. Вычислить $\cos 7^\circ 30'$.

8. Построить график функций:

а) $y = -\frac{3}{2} \cos \frac{2}{3}x$; б) $y = \frac{1}{3} \sin\left(\frac{3}{2}x + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{2}{3}$; в) $y = |\operatorname{ctg} 2|x||$.

9. Преобразовать в произведение $\cos \alpha + \sin \alpha - \cos 2\pi$.

10. Преобразовать в произведение $4\sin^3 \frac{\alpha}{2} - 4\cos \alpha + \cos 2\alpha + 3$.

11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

а) $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + 7x\right) + \sin 7x = 2\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 3x\right)$, $\left[-\frac{\pi}{5}, \frac{3\pi}{4}\right]$;

б) $\cos 2t + 2\sqrt{3} \sin^2 \frac{t}{2} + 2\cos t = 2\sqrt{3} - 1$, $\left(-\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right)$.

12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

$\sin 2x - 3\cos^2 x + \sin^2 x = 0$, $\left[-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right]$.

13. Решить уравнение $\sin^4 x + \cos^4 x = \cos 4x$.

14. Решить уравнение $2\cos x \cdot \cos 2x = 1 - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right) + \cos 3x$.

15. Решить уравнение $(\sin x + \cos x) \cdot (\sin^{-1} x + \cos^{-1} x) + 2 = 0$.

Вариант 20

1. По заданной функции найти все остальные $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{9}{40}$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

2. Упростить $3\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$.

3. Упростить $\cos \frac{2\pi}{21} \cdot \sin \frac{10\pi}{7} - \sin \frac{2\pi}{21} \cdot \cos \frac{10\pi}{7}$.

4. Упростить $\frac{\sin(2\pi - \alpha) \cdot \cos(\alpha - 3\pi) - \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}{1 - \left[\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) + \sin(5\pi - \alpha)\right]^2}$.

5. Упростить $\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} + 2\alpha\right)}{\sin(\pi + \alpha)} - \frac{\cos(2\pi - 2\alpha)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}$.

6. Упростить $\sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} - \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

7. Вычислите $\operatorname{tg} 7^\circ 30'$.

8. Построить графики функций:

а) $y = \frac{1}{4} \cos 4x$; б) $y = -\operatorname{tg}\left(\frac{4}{3}x - \frac{2\pi}{3}\right) + 1$; в) $y = (1 + \cos x) \operatorname{tg} \frac{x}{2}$.

9. Преобразовать в произведение $\cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha + \cos 4\alpha$.

10. Преобразовать в произведение $\cos^2 \varphi + \cos^2(\alpha - \varphi) - 2 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \varphi \cdot \cos(\alpha - \varphi)$.

11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

а) $\sin\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) + \frac{1}{2} \sin 3x = \frac{3}{4}$, $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right]$;

б) $\sin 2x - 5 \cos x = 3 \operatorname{ctg} x$, $\left(-\frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}\right)$.

12. Решить уравнение $\sin^2 x (\operatorname{tg} x + 1) = 3 \sin x \cdot (\cos x - \sin x) + 3$, $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$.

13. Решить уравнение $6 \sin^2 x + 2 \sin^2 2x = 5$.

14. Решить уравнение $\cos 7x - \sin 5x = \operatorname{tg} \frac{7\pi}{3} \cdot (\cos 5x - \sin 7x)$.

15. Решить уравнение $\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x - 1} = 1 + \cos 2x$.

Вариант 21

1. По заданной функции найти все остальные $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{21}}{5}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

2. Упростить $\cos 2\pi - \frac{\sin \alpha}{\operatorname{cosec} \alpha} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \frac{2 \cos \alpha}{\sec \alpha}$.

3. Упростить $\sin \frac{37\pi}{28} \cdot \cos \frac{\pi}{14} - \cos \frac{37\pi}{28} \cdot \sin \frac{\pi}{14}$.

4. Упростить $\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \sec(3\pi + \alpha) + \operatorname{ctg}(\pi - \alpha)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) - \sin(2\pi - \alpha)} \cdot \sin^{-1} \alpha$.

5. Упростить $\frac{2 \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right) - \sin^2\left(\pi + \frac{\alpha}{2}\right)}$.

6. Упростить $\sqrt{\frac{\sec^4 \alpha - \operatorname{tg}^4 \alpha}{2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

7. По заданному значению найти $\cos \frac{\alpha}{4}$, если $\sin \alpha = \frac{336}{625}$, $450^\circ < \alpha < 540^\circ$.

8. Построить графики функций:

а) $y = -\frac{1}{2} \sin 3x$; б) $y = 3 \operatorname{ctg} \frac{x}{2} + \frac{1}{3}$; в) $y = 2 \left| \cos \frac{x}{4} \right| - 1$.

9. Преобразовать в произведение $\cos 2\pi + \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \operatorname{cosec}\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$.

10. Преобразовать в произведение $\sin^2 2\alpha + \cos\left(\frac{\pi}{3} - 2\alpha\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} + 2\alpha\right)$.

11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

а) $\cos 3x = \sin 5x - \cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)$, $\left[-\frac{\pi}{6}, \pi\right]$;

б) $8 \sin^6 x = 4 - 7 \sin\left(\frac{5\pi}{2} + 2x\right) + 3 \cos 4x$, $\left(-\pi, \frac{5\pi}{4}\right)$.

12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

$3 \sin x \cdot \cos x - 2 \sin^2 x + 2 \cos^2 x = 0$, $[0, \pi]$.

13. Решить уравнение $\sin^4 x + \cos^4 x = \sin 2x - 0,5$.

14. Решить уравнение $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + 3x\right) + \sin(\pi + x) + \cos(4\pi + 2x) = 1$.

15. Решить уравнение $\sin(5\pi - x) + \operatorname{tg}(3\pi + x) = \frac{(\cos x)^{-1} - \cos x}{2 \sin x}$.

Вариант 22

1. По заданной функции найти все остальные $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{2}{\sqrt{21}}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

2. Упростить $\frac{1 + \operatorname{tg}^4 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha} + 1$.

3. Упростить $\left(-\sin \frac{37\pi}{28}\right) \cdot \sin \frac{\pi}{14} - \cos \frac{37\pi}{28} \cdot \cos \frac{\pi}{14}$.

4. Упростить $\frac{\cos 2\pi + \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \operatorname{tg}(2\pi - \alpha)}{\sin(3\pi - \alpha) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \operatorname{ctg}^2(\pi - \alpha)} \cdot \cos^4 \alpha$.

5. Упростить $\frac{2 \sin(45^\circ + \alpha) \cdot \sin(45^\circ - \alpha)(1 - \cos 4\alpha)}{\sin 4\alpha}$.

6. Упростить $\sqrt{\operatorname{cosec}^2\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) + \sec^2\left(\alpha + \frac{3\pi}{2}\right)}, \pi < 2\alpha < \frac{3\pi}{2}$.

7. По заданному значению найти $\sin \frac{\alpha}{4}$, если $\cos \alpha = -\frac{527}{625}, 450^\circ < \alpha < 540^\circ$.

8. Построить графики функций:

а) $y = -\operatorname{ctg}\left(2x - \frac{\pi}{3}\right);$ б) $y = 2 \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{2};$ в) $y = \frac{1}{2} \sec 2x(1 + \cos 4x).$

9. Преобразовать в произведение $\sec(2\pi + \alpha) - \operatorname{ctg}\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) - \cos 4\pi$.

10. Преобразовать в произведение $\left[\sin^2\left(\frac{\pi}{8} + \alpha\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{8} - \alpha\right)\right] \cdot \left(\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12}\right)$.

11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

а) $\sin x = \cos \frac{x}{2} - \sin 2x, \left[\frac{\pi}{9}, \frac{3\pi}{2}\right];$

б) $\cos 4x \cdot \cos x = 3 \cos 3x - 2 \sin x \cdot \sin 2x \cdot \cos 2x - \sqrt{3}, \left(-\frac{\pi}{10}, \pi\right).$

12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

$2 \cos^2 \frac{x}{2} - 4 \sin^2 \frac{x}{2} = 2 \cos x - \sin x, \left[-\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right]$.

13. Решить уравнение $\sin^4 2x + \cos^4 2x = \sin 2x \cdot \cos 2x$.

14. Решить уравнение $\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x = 0$.

15. Решить уравнение $(\cos 8x)^{-1} + 1 = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - 4x\right)(\cos 8x)^{-1}$.

Вариант 23

1. По заданной функции найти все остальные $\cos \alpha = -\frac{8}{17}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

2. Упростить $\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha + \cos^2 \alpha}$.

3. Упростить $\cos \frac{25\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{6} + \sin \frac{25\pi}{12} \cdot \sin \frac{5\pi}{6}$.

4. Упростить $\frac{\sin(2\pi - \alpha) \cdot \cos(\alpha - 3\pi) - \operatorname{ctg}(\pi + \alpha)}{1 - \left(\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) + \sin(\pi - \alpha) \right)^2}$.

5. Упростить $\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right) - \operatorname{tg}\left(\pi + \frac{\alpha}{2}\right)}{\operatorname{ctg}\left(2\pi + \frac{\alpha}{2}\right) - \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)} \cdot \sin \alpha \cdot \cos 2\alpha$.

6. Упростить $\sqrt{(1 - \sin \alpha \sin \beta)^2 - \cos^2 \alpha \cos^2 \beta}$, $\alpha < \beta$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$.

7. По заданному значению функции найти $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{4}$, если $\operatorname{cosec} \alpha = \frac{625}{336}$, $450^\circ < \alpha < 540^\circ$.

8. Построить графики функций

а) $y = \frac{1}{3} \cos \frac{3}{2} x$; б) $y = \sin\left(\frac{1}{2} x - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{2}$; в) $y = -\operatorname{tg} \left| \frac{x}{2} \right| + 1$.

9. Преобразовать в произведение $\cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 6\alpha + \cos 7\alpha$.

10. Преобразовать в произведение $\sin^2 2\alpha - \cos\left(\frac{\pi}{3} - 2\alpha\right) \cdot \sin\left(2\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$.

11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

а) $\sin\left(\frac{7\pi}{2} - 2x\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) = 1$, $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\right]$;

б) $\sqrt{2}(\operatorname{tg}^3 x + \operatorname{tg}^2 x) = \frac{\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{\cos(x + \pi)}$, $\left(-\frac{\pi}{4}, 2\pi\right)$.

12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

$\cos^2 \frac{x}{2} - 5 \sin^2 \frac{x}{2} = \cos x - 2 \sin x$, $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{9\pi}{4}\right]$.

13. Решить уравнение $\sin^4 x + \cos^4 x = \cos^2 2x + 0,25$.

14. Решить уравнение $\cos 2x - \cos 8x + \cos 6x = 1$.

15. Решить уравнение $\left(2 \sin^4 \frac{x}{2} - 1\right) \cdot \frac{1}{\cos^4 \frac{x}{2}} = 2$.

Вариант 24

1. По заданной функции найти все остальные $\sin \alpha = \frac{15}{17}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

2. Упростить $\frac{1 - (\sin \alpha - \cos \alpha)^2}{1 + \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} \cdot \operatorname{tg} \alpha$.

3. Упростить $\sin \frac{\pi}{14} \cdot \sin \frac{23\pi}{21} - \cos \frac{\pi}{14} \cdot \cos \frac{23\pi}{21}$.

4. Упростить $\frac{(\sin(2\pi - \alpha) - \cos(\alpha - \pi)) \cdot \operatorname{cosec} \alpha}{\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \operatorname{sec}(\pi + \alpha) \cdot \sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)}$.

5. Упростить $\frac{\operatorname{tg}(\pi - \alpha) + \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}{\operatorname{ctg}(\pi + \alpha) - \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)} \cdot \sin 2\alpha \cdot \cos 4\alpha$.

6. Упростить $\sqrt{(1 - \sin \alpha \cdot \sin \beta)^2 - \cos^2 \alpha \cos^2 \beta}$, $\alpha > \beta$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$.

7. По заданному значению найти $\cos \frac{\alpha}{4}$, если $\sin \alpha = \frac{120}{169}$, $360^\circ < \alpha < 450^\circ$.

8. Построить графики функции

а) $y = -\operatorname{ctg} \frac{3}{4} x$; б) $y = 2 \cos\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{12}\right) - \frac{1}{4}$; в) $y = \frac{1}{2} \sin 2|x| + \frac{1}{3}$.

9. Преобразовать в произведение $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \sin(2\pi - \alpha) + \cos 2\pi$.

10. Преобразовать в произведение $\sin^2 \alpha + \cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)$.

11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

а) $\cos 4x \cdot \cos(\pi + 2x) - \sin 2x \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - 4x\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 4x$, $\left[-\frac{\pi}{4}, \pi\right]$;

б) $\operatorname{tg} 5x \cdot \operatorname{tg} 3x \cdot \operatorname{tg} x = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}$, $\left(-\frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{4}\right)$.

12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

$3 \cos^2 \frac{x}{2} - 5 \sin^2 \frac{x}{2} = 3 \cos x - \sin x$, $\left[-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

13. Решить уравнение $4 \sin^4 x + \cos 4x = 1 + 12 \cos^4 x$.

14. Решить уравнение $\sin\left(\frac{9\pi}{2} + x\right) - \cos 2x = \sin 3x$.

15. Решить уравнение $\operatorname{ctg}^2 x = \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x}$.

Вариант 25

1. По заданной функции найти все остальные $\operatorname{cosec} \alpha = -\frac{41}{40}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

2. Упростить $2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha + \left(\frac{1 - \sin \alpha}{1 - \operatorname{cosec} \alpha} \right)^4$.

3. Упростить $\sin \frac{11\pi}{7} \cdot \sin \frac{2\pi}{21} - \cos \frac{11\pi}{7} \cdot \cos \frac{2\pi}{21}$.

4. Упростить $\left(1 + \operatorname{ctg} \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha \right) \cdot \operatorname{tg}(\pi - \alpha) \right) \cdot \cos^4 \alpha$.

5. Упростить $\frac{4 \sin^2 \left(2\pi - \frac{\alpha}{2} \right) \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2} \right) - \sin^2 \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha \right)}{\cos 2\alpha}$.

6. Упростить $\sqrt{(1 - \operatorname{tg}^2 \alpha)(\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1)}$, $\frac{\pi}{8} < \alpha < \frac{\pi}{4}$.

7. По заданному значению найти $\sin \frac{\alpha}{4}$, если $\sin \alpha = \frac{120}{169}$, $360^\circ < \alpha < 450^\circ$.

8. Построить графики функций:

$$\text{а) } y = \frac{1}{5} \sin \left(\frac{1}{3}x - \frac{\pi}{3} \right); \quad \text{б) } y = -2 \operatorname{tg} \left(x - \frac{\pi}{3} \right) + \frac{1}{3}; \quad \text{в) } y = \left| \sin \frac{3}{2}x \cdot \operatorname{ctg} \frac{3}{2}x \right|.$$

9. Преобразовать в произведение $\cos(2\alpha - 2\pi) + 2 \sin \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha \right) + 1$.

10. Преобразовать в произведение

$$\sin(2\alpha - \pi) \cdot \cos(\alpha - 3\pi) + \sin \left(2\alpha - \frac{9}{2}\pi \right) \cdot \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right).$$

11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

$$\text{а) } \sin 5x + \cos \left(\frac{9\pi}{2} - x \right) = \sqrt{2} \sin 3x, \left[-\frac{2\pi}{3}, \frac{7\pi}{8} \right];$$

$$\text{б) } 2 \sin x + \sqrt{3} \sin \left(x + \frac{3\pi}{2} \right) + \sin 2x = \sqrt{3}, \left(-\frac{\pi}{3}, 2\pi \right).$$

12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

$$4 \cos^2 \frac{x}{2} - 6 \sin^2 \frac{x}{2} - 4 \cos x + \sin x = 0, [6\pi, 7\pi].$$

13. Решить уравнение $\sin^4 x + \cos^4 x - \frac{5}{8} = 0$.

14. Решить уравнение $\sin \left(2x + \frac{5\pi}{2} \right) + 3 \cos \left(\frac{7\pi}{2} - x \right) = 1 + \sin x$.

15. Решить уравнение $\operatorname{tg}^2 x = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$.

Вариант 26

1. По заданной функции найти все остальные $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{40}{9}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

2. Упростить $\cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha} - \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \alpha}$.

3. Упростить $\sin \frac{11\pi}{7} \cdot \cos \frac{2\pi}{21} + \cos \frac{11\pi}{7} \cdot \sin \frac{2\pi}{21}$.

4. Упростить $\frac{\operatorname{tg}^2\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \sin(3\pi - \alpha) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\left(1 + \operatorname{tg}(\pi - \alpha) \cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)\right) \cdot \cos^4(\pi - \alpha)}$.

5. Упростить $\frac{\sin^4 \alpha - 6 \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha + \cos^4 \alpha}{\cos 4\alpha}$.

6. Упростить $\sqrt{(1 - \operatorname{tg}^2 \alpha)(\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1)}$, $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

7. По заданному значению найти $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$, если $\cos 2\alpha = -\frac{527}{625}$, $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

8. Построить графики функций

а) $y = -\operatorname{tg} \frac{x}{4}$; б) $y = \frac{3}{2} \sin^2\left(\frac{3}{2}x + \frac{\pi}{4}\right)$; в) $y = \frac{1}{4} |\cos x| - 1$.

9. Преобразовать в произведение $\sin \frac{3\pi}{2} - \sin(\alpha - \pi) + \cos \alpha$.

10. Преобразовать в произведение

$$\sin(\alpha + 2\pi) \cdot \cos\left(2\alpha - \frac{7\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \sin\left(2\alpha - \frac{5\pi}{2}\right).$$

11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

а) $\cos 5x + \cos 3x = \sqrt{3} \cos x$, $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$;

б) $8 \cos^6 x = 3 \cos 4x + \cos 2x + 4$, $\left(-\pi, \frac{5\pi}{4}\right)$.

12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу $\sin 2x = 1 - \cos 2x$, $\left[-\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$.

13. Решить уравнение $\frac{9}{16} - \sin^2 2x = \sin^2 x$.

14. Решить уравнение $\sin 4x \cdot \sin 6x = 2(\sin x + \sin 5x)$.

15. Решить уравнение $\frac{1 + \sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)}{2 \sin \frac{x}{2}} = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.

Вариант 27

1. По заданной функции найти все остальные $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

2. Упростить $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \frac{\cos \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha}$.

3. Упростить. $\sin \frac{\pi}{54} \cdot \cos \frac{31\pi}{27} + \cos \frac{\pi}{54} \cdot \sin \frac{31\pi}{27}$

4. Упростить $\frac{\cos(\pi + \alpha) \sec(\pi + \alpha) + \operatorname{ctg}(\pi - \alpha)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \sin(\alpha - 2\pi)}$.

5. Упростить $\frac{1 + \cos \alpha}{2} \left(4 \sin^4 \frac{\alpha}{2} + \sin^2 \alpha \right)$.

6. Упростить $\sqrt{1 - \cos \alpha} - \sqrt{1 + \cos \alpha}$, $2\pi < \alpha < 3\pi$.

7. По заданному значению функции найти $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{4}$, если $\cos 2\alpha = -\frac{527}{625}$, $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

8. Построить графики функций:

а) $y = 2 \operatorname{tg} \frac{3}{4} x$; б) $y = -\frac{1}{3} \sin\left(\frac{3}{4} x + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{2}$; в) $y = |\operatorname{tg} 3|x|| - 1$.

9. Преобразовать в произведение $1 - \operatorname{tg} \alpha - \sec \alpha$.

10. Преобразовать в произведение $\cos^2(\alpha + 2\beta) + \sin^2(\alpha - 2\beta) - 1$.

11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

а) $\cos\left(\frac{9\pi}{2} - 3x\right) + 4 \sin(7\pi + x) \cdot \cos 2x = 0$, $\left[-\pi, \frac{2}{3}\pi\right]$;

б) $\operatorname{tg} x + \sin(\pi + x) = 2 \sin^2 \frac{x}{2}$, $\left(-\frac{7\pi}{4}, 3\pi\right)$.

12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

$\sin 2x - 3 + 2 \operatorname{ctg} x = 0$, $\left(-\frac{3\pi}{4}, 2\pi\right)$.

13. Решить уравнение $\frac{7}{4} \cos \frac{x}{4} = \cos^3 \frac{x}{4} + \sin \frac{x}{2}$.

14. Решить уравнение $\cos\left(2\pi - \frac{3}{2}x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}\right) = 3(1 + \cos x)$.

15. Решить уравнение $\frac{1}{\sqrt{3} - \operatorname{tg} x} - \frac{1}{\sqrt{3} + \operatorname{tg} x} = \sin 2x$.

Вариант 28

1. По заданной функции найти все остальные $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.
2. Упростить $\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha + 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha$.
3. Упростить $\cos \frac{\pi}{42} \cdot \cos \frac{17\pi}{21} - \sin \frac{\pi}{42} \cdot \sin \frac{17\pi}{21}$.
4. Упростить $\frac{1 + \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \operatorname{tg}(\pi - \alpha)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \sin(\pi - \alpha) \cdot \operatorname{ctg}^2(\pi - \alpha)}$.
5. Упростить $4\sin^2\left(\pi + \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$.
6. Упростить $\sqrt{\frac{\cos 2\alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha}}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$.
7. По заданной функции найти $\operatorname{cosec} \frac{\alpha}{4}$, если $\sin \alpha = \frac{336}{625}$, $450^\circ < \alpha < 540^\circ$.
8. Построить графики функций
 а) $y = 2\sin\left(5x + \frac{5\pi}{2}\right)$; б) $y = -\operatorname{tg}\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{1}{4}$; в) $y = |\sec x| \cdot (1 + \cos 2x)$.
9. Преобразовать в произведение $\cos 2\pi + \sin \alpha + \cos \alpha$.
10. Преобразовать в произведение $3 + 4\cos 4\alpha + \cos 8\alpha$.
11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу
 а) $\cos 5x = \cos x - 2\sin 2x$, $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{5}{6}\pi\right]$.
 б) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \operatorname{tg} \frac{7\pi}{4}$, $(\pi, 5\pi)$.
12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу
 $2\sin^2 x - \operatorname{tg} x - (\sin x - \cos x)^2 = 0$, $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$.
13. Решить уравнение $4\cos^3 \frac{x}{2} + 3\sqrt{2}\sin x = 8\cos \frac{x}{2}$.
14. Решить уравнение $\sin 3x - \sin x + \cos(2\pi - 2x) = 1$.
15. Решить уравнение $(2\sin^4 x - 1)\frac{1}{\cos^4 x} = 2$.

Вариант 29

1. По заданной функции найти все остальные $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

2. Упростить $\frac{1 - (\sin \alpha - \cos \alpha)^2}{1 - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} \cdot \operatorname{tg} \alpha$.

3. Упростить $\cos \frac{3\pi}{4} \cdot \cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{3\pi}{4} \cdot \sin \frac{\pi}{12}$.

4. Упростить $\operatorname{tg}^2(\pi + \alpha) + \frac{2 - \operatorname{cosec}^2\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}{1 - 2\cos^2(\alpha - 2\pi)}$.

5. Упростить $\cos(\pi - \alpha)\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot (\cos^4(\pi - \alpha) - \sin^4(\pi + \alpha))$.

6. Упростить $\sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} - \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

7. По заданному значению функции найти

$$\operatorname{cosec} \frac{\alpha}{4}, \text{ если } \cos \alpha = -\frac{527}{625}, 450^\circ < \alpha < 540^\circ.$$

8. Построить графики функций:

а) $y = -\frac{1}{2} \cos\left(\frac{x}{5} - \frac{2\pi}{5}\right)$; б) $y = -3\operatorname{ctg} 3x + 5$; в) $y = \operatorname{ctg} \frac{3x}{4} \cdot \left(1 - \cos \frac{3}{2}x\right)$.

9. Преобразовать в произведение $\cos \alpha + \sin \alpha - 1$.

10. Преобразовать в произведение $\sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{12} + \alpha\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\alpha}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)$.

11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

а) $\sin 3x + \cos 2x = 1 + 2\sin x \cdot \cos 2x$, $\left[-\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$;

б) $\cos\left(2x + \frac{3\pi}{2}\right) = 1 + (\sin x + \cos x)^2 + 2\operatorname{tg} 2x$, $\left(-\frac{5\pi}{8}, \pi\right)$.

12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу

$$\cos^2 \frac{x}{2} + 3\sin^2 \frac{x}{2} - \cos x - 2\sin x = 0, [-7\pi, -5\pi].$$

13. Решить уравнение $\operatorname{tg} x - \sin x = 2\sin^2 \frac{x}{2}$.

14. Решить уравнение $\cos(15^\circ - x) - \cos(75^\circ - x) = 1 - \sin 2x$.

15. Решить уравнение $\operatorname{tg}^2 x = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$.

Вариант 30

1. По заданной функции найти все остальные $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$.
2. Упростить $\cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha} - \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \alpha}$.
3. Упростить $\cos \frac{\pi}{18} \cdot \cos \frac{10\pi}{9} - \sin \frac{\pi}{18} \cdot \sin \frac{10\pi}{9}$.
4. Упростить $\frac{\sin(2\pi - \alpha) - \cos(3\pi - \alpha)}{\sec(2\pi + \alpha) \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) - \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}$.
5. Упростить $\sin^4(\pi - \alpha) - 6\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \sin^4\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$.
6. Упростить $\sqrt{\frac{2\sin \alpha - \sin 2\alpha}{2\sin \alpha + \sin 2\alpha}}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.
7. По заданному значению функции найти $\sec \frac{\alpha}{4}$, если $\sin \alpha = \frac{336}{625}$, $450^\circ < \alpha < 540^\circ$.
8. Построить графики функций
 - а) $y = -3\cos^2 \frac{x}{4}$; б) $y = |\sin|2x||$; в) $y = \sin \frac{2}{3}x \cdot \operatorname{cosec} \frac{x}{3}$.
9. Преобразовать в произведение $1 - \sec \alpha - \operatorname{tg} \alpha$.
10. Преобразовать в произведение $2\cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos(\alpha - \beta) - \cos^2(\alpha - \beta) - \cos^2 \beta$.
11. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу
 - а) $\sin 5x = \sin\left(\frac{11\pi}{2} - 9x\right) + \cos x$, $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$;
 - б) $\frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x} = (\sin x + \cos x)^2$, $\left(-\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$.
12. Найти решение уравнения, принадлежащее интервалу $\cos^2 \frac{x}{2} + 5\sin^2 \frac{x}{2} - \cos x - 3\sin x = 0$, $(5\pi, 7\pi)$.
13. Решить уравнение $\cos 2x = 2\operatorname{tg}^2 x - \cos^2 x$.
14. Решить уравнение $\cos(15^\circ + x) + \cos(105^\circ - x) = 1 + \sin 2x$.
15. Решить уравнение $\operatorname{ctg}^2 x = \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x}$.