

1. Основанием наклонной призмы служит прямоугольник со сторонами  $a$  и  $b$ . Две смежные боковые грани составляют с плоскостью основания углы  $\alpha$  и  $\beta$ . Найти объём призмы, если боковое ребро равно  $c$ .
2. Основанием прямого параллелепипеда служит ромб, площадь которого равна  $Q$ . Площади диагональных сечений равны  $S_1$  и  $S_2$ . Определить объём параллелепипеда.
3. Объём правильной треугольной призмы равна  $V$ , угол между диагоналями двух боковых граней, проведёнными из одной вершины, равен  $\alpha$ . Определить сторону основания призмы.
4. Высота правильной треугольной призмы равна  $H$ . Плоскость, проведённая через среднюю линию нижнего основания и параллельную ей сторону верхнего основания, составляет с плоскостью нижнего основания острый двугранный угол  $\alpha$ . Найти площадь сечения, образованного этой плоскостью.
5. В правильной треугольной пирамиде плоский угол при вершине равен  $\alpha$ , радиус окружности, описанной около боковой грани, равен  $R$ . Найти объём пирамиды.
6. Основанием пирамиды служит прямоугольный треугольник, у которого гипотенуза равна  $c$ , а меньший из острых углов равен  $\alpha$ . Наибольшее боковое ребро составляет с плоскостью угол, равный  $\beta$ . Найти объём пирамиды, зная, что её высота проходит через точку пересечения медиан основания.
7. В правильной треугольной пирамиде боковое ребро, равное  $b$ , наклонено к плоскости основания под углом  $\alpha$ . Через вершину пирамиды параллельно стороне основания проведено сечение, наклонённое к плоскости основания под углом  $\beta$ . Определить площадь сечения.
8. В правильной усечённой четырёхугольной пирамиде стороны основания равны  $a$  и  $b$  ( $a > b$ ), а площадь боковой поверхности равна половине площади полной поверхности. Найти объём пирамиды.
9. В правильной треугольной усечённой пирамиде стороны оснований 8 см и 5 см, а высота 3 см. Провести сечение через сторону нижнего основания и противоположную вершину верхнего основания. Найти площадь сечения и двугранный угол между сечением и нижним основанием.

1. Длины рёбер параллелепипеда равны  $a$ ,  $b$  и  $c$ . Рёбра, длины которых равны  $a$  и  $b$  взаимно перпендикулярны, а ребро длиной  $c$  образует с каждым из них угол  $60^\circ$ . Определить объём параллелепипеда.
2. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с острым углом  $\alpha$  и прилежащим катетом  $c$ . Диагональ боковой грани призмы, проходящей через гипотенузу, образует с боковой гранью, проходящей через катет  $c$ , угол  $\beta$ . Найти объём призмы.
3. Найти объём правильной четырёхугольной призмы, если угол между диагональю призмы и боковой гранью равен  $\alpha$ , а сторона основания равна  $a$ .
4. Высота правильной треугольной призмы равна  $H$ . Через одно из рёбер нижнего основания и противоположную ему вершину верхнего основания проведена плоскость. Найти площадь сечения, если угол при заданной вершине сечения равен  $\alpha$ .
5. Дана правильная треугольная пирамида. Плоский угол при вершине равен  $2\alpha$ , а высота пирамиды равна  $H$ . Определить объём пирамиды.
6. Основанием пирамиды служит прямоугольник, площадь которого равна  $S$ . Две боковые грани перпендикулярны к плоскости основания, а две другие наклонены к ней под углами  $30^\circ$  и  $60^\circ$ . Найти объём пирамиды.
7. В правильной четырёхугольной пирамиде угол между боковой гранью и плоскостью основания равен  $\alpha$ . Через сторону основания проведена внутри пирамиды плоскость, составляющая с основанием угол  $\beta$ . Определить площадь сечения, если сторона основания равна  $a$ .
8. Определить объём правильной треугольной усечённой пирамиды, у которой стороны оснований равны 3 м и 2 м, а площадь боковой поверхности равновелика сумме площадей оснований.
9. В правильной четырёхугольной усечённой пирамиде площади оснований  $Q$  и  $q$ , а боковая поверхность  $P$ . Определить площадь диагонального сечения пирамиды.

1. Одна из вершин верхнего основания треугольной призмы, все рёбра которой равны  $a$ , проектируется в центр нижнего основания. Найдите площадь боковой поверхности призмы.
2. Основанием прямого параллелепипеда служит параллелограмм с углом  $120^\circ$  и сторонами 3, 4 см. Меньшая диагональ параллелепипеда равна большей диагонали основания. Найти объём параллелепипеда.
3. Боковое ребро правильной треугольной призмы равно стороне основания. Найти угол между стороной основания и не пересекающей её диагональю боковой грани.
4. Основанием прямого параллелепипеда является параллелограмм со сторонами 3 и 5 см и углом между ними  $60^\circ$ , площадь большего диагонального сечения  $63 \text{ см}^2$ . Найти объём параллелепипеда.
5. Боковая грань правильной треугольной пирамиды наклонена к плоскости основания пирамиды под углом  $\alpha$ . Найти объём пирамиды, если площадь её основания равна  $S$ .
6. Основанием пирамиды служит прямоугольный треугольник с острым углом  $60^\circ$  и гипотенузой, равной  $b$ . Каждая боковая грань пирамиды наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найти площадь боковой поверхности пирамиды.
7. Через вершину основания и середины двух боковых рёбер правильной треугольной пирамиды проведена плоскость. Найти отношение площади боковой поверхности пирамиды к площади её основания, если известно, что секущая плоскость перпендикулярна к боковой грани.
8. Высота правильной усеченной четырехугольной пирамиды равна 3 м; объём ее  $38 \text{ м}^3$ , а площади оснований относятся как 4:9. Определить площадь боковой поверхности усеченной пирамиды.
9. В правильной треугольной усеченной пирамиде сторона большего основания  $a$ , сторона меньшего основания  $b$ . Боковое ребро образует с основанием угол в  $45^\circ$ . Провести сечение через боковое ребро и ось пирамиды. Найти площадь этого сечения.

1. Найти объем наклонной треугольной призмы, основанием которой служит равносторонний треугольник со стороной  $a$ , если боковое ребро призмы равно стороне основания и наклонено к плоскости основания под углом в  $60^\circ$ .
2. Угол между диагоналями основания прямоугольного параллелепипеда равен  $\alpha$ . Диагональ параллелепипеда составляет с плоскостью основания угол  $\beta$ . Найти высоту параллелепипеда, если его объем равен  $V$ .
3. Определить объем правильной четырехугольной призмы, если её диагональ образует с плоскостью боковой грани угол  $30^\circ$ , а сторона основания равна  $a$ .
4. В прямой треугольной призме основанием служит равнобедренный треугольник с углом при вершине  $\alpha$ . Через неравную сторону нижнего основания и точку пересечения медиан верхнего основания проведена плоскость; полученное сечение образует с плоскостью основания угол  $\varphi$ . Определить объем призмы, если её высота равна  $H$ .
5. В каком отношении делит объем треугольной пирамиды плоскость, параллельная двум ее скрещивающимся ребрам и делящая одно из двух других боковых ребер в отношении  $2:1$ , считая от вершины.
6. Плоский угол при вершине правильной четырехугольной пирамиды равен  $\alpha$ , длина отрезка, соединяющего середины двух противоположных боковых ребер пирамиды, равна  $a$ . Найти объем пирамиды.
7. Найдите объем треугольной пирамиды, в основании которой лежит треугольник со сторонами 3, 4 и 5 см, а двугранные углы при основании равны  $60^\circ$ .
8. Стороны оснований правильной шестиугольной усеченной пирамиды  $a$  и  $b$  ( $a > b$ ). Боковое ребро с основанием составляет угол в  $45^\circ$ . Найти площадь боковой поверхности пирамиды.
9. Стороны основания правильной четырехугольной усеченной пирамиды равна 2 м и 1 м, а высота равна 3 м. Через точку пересечения диагоналей пирамиды проведена параллельно основаниям пирамиды плоскость, делящая пирамиду на две части. Найти объем каждой из полученных частей.

1. В наклонном параллелепипеде проекция бокового ребра на плоскость основания равна 5 дм, а высота равна 12 дм. Сечение, перпендикулярное боковому ребру, есть ромб с площадью 24 дм<sup>2</sup> и диагональю равной 8 дм. Найти боковую поверхность и объём параллелепипеда.
2. Стороны основания прямого параллелепипеда относятся, как 1:2, острый угол в основании равен  $\alpha$ . Найти угол между меньшей диагональю параллелепипеда и плоскостью основания, если высота параллелепипеда равна большей диагонали основания.
3. Основанием прямой призмы служит равнобедренный треугольник, у которого боковая сторона равна  $a$ , а угол между боковыми сторонами равен  $\alpha$ . Найти объём призмы, если её боковая поверхность равна  $S$ .
4. Через диагональ нижнего основания правильной четырёхугольной призмы и противоположную вершину её верхнего основания проведена плоскость. Угол между равными сторонами сечения равен  $\alpha$ . Найти отношение высоты призмы к стороне основания.
5. В каком отношении делит объём треугольной пирамиды  $SABC$  плоскость, проходящую через точку  $M$  на ребре  $SA$  такую, что  $AM:MS=1:2$ ; точку  $N$  на ребре  $SB$  такую, что  $SN:NB=1:3$  и точку  $P$ , делящую ребро  $SC$  в отношении 3:2, считая от вершины.
6. В правильной треугольной пирамиде даны сторона основания  $a$  и угол  $\alpha$  между боковым ребром и стороной основания. Определить площадь полной поверхности и объём пирамиды.
7. В основании пирамиды лежит прямоугольный треугольник с гипотенузой  $c$  и острым углом  $\alpha$ . Боковые рёбра пирамиды наклонены к плоскости основания под углом  $\varphi$ . Найти объём пирамиды.
8. В правильной четырёхугольной пирамиде через вершину основания проведена плоскость, перпендикулярная к противоположному боковому ребру. Определить площадь сечения, если сторона основания пирамиды равна  $a$ , а боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом  $\varphi$  ( $\varphi > 45^\circ$ ). Доказать это утверждение.
9. Определить объём правильной усеченной четырехугольной пирамиды, если сторона большего основания равна  $a$ . Сторона меньшего основания равна  $b$ , а острый угол боковой грани равен  $60^\circ$ .

1. Основание призмы – квадрат со стороной, равной  $a$ . Одна из боковых граней также квадрат, другая – ромб с углом  $60^\circ$ . Определить площадь полной поверхности призмы.
2. Определить объём прямоугольного параллелепипеда, диагональ которого равна  $l$  и составляет с одной гранью угол  $30^\circ$ , а другой  $45^\circ$ .
3. Определить объём правильной шестиугольной призмы, у которой наибольшая диагональ равна  $d$ , а боковые грани – квадраты.
4. Высота правильной треугольной призмы равна  $H$ . Прямая, соединяющая центр верхнего основания с серединой стороны нижнего основания, наклонена к плоскости нижнего основания под углом  $\alpha$ . Найти площадь полной поверхности призмы.
5. Основанием пирамиды служит правильный шестиугольник со стороной  $a$ . Одно из боковых ребер перпендикулярно плоскости основания и равно стороне основания. Определить площадь полной поверхности пирамиды.
6. Угол между боковым ребром и стороной основания правильной четырёхугольной пирамиды равен  $\alpha$ . Определить объём пирамиды, если периметр её основания равен  $2a$ .
7. В основании пирамиды лежит правильный треугольник, сторона которого равна  $a$ . Высота, опущенная из вершины пирамиды, проходит через одну из вершин основания. Боковая грань, проходящая через сторону основания, противоположную этой вершине, наклонена к плоскости основания под углом  $\varphi$ . Определить площадь боковой поверхности этой пирамиды, если за основание её принять одну из равных боковых граней.
8. Сторона основания правильной четырёхугольной пирамиды равна  $a$ , боковое ребро составляет с высотой угол в  $30^\circ$ . Через вершину основания пирамиды проведена плоскость, перпендикулярная противоположному боковому ребру. Эта плоскость разбивает пирамиду на две части. Определить объём части пирамиды, прилежащей к вершине.
9. В треугольной усеченной пирамиде через сторону верхнего основания проведена плоскость, параллельная противоположному боковому ребру. В каком отношении разделится объём усеченной пирамиды, если соответствующие стороны оснований относятся как  $1:2$ .

1. Основанием наклонного параллелепипеда служит ромб  $ABCD$  со стороной равной  $a$ , и острым углом  $60^\circ$ . Ребро  $AA_1$  также равно  $a$  и образует с ребрами  $AB$  и  $AD$  углы  $45^\circ$ . Определить объём параллелепипеда.
2. Основанием прямой призмы служит равнобедренный треугольник с углом  $\alpha$  при вершине. Диагональ грани, противоположному данному углу, равна  $l$  и составляет с плоскостью основания угол  $\beta$ . Найти объём призмы.
3. Диагонали боковых граней прямоугольного параллелепипеда составляют с плоскостью основания углы  $\alpha$  и  $\beta$ . Найти угол между диагональю параллелепипеда и плоскостью основания.
4. Плоскость, проходящая через сторону основания правильной треугольной призмы и середину противоположного ребра, образует с основанием угол в  $45^\circ$ . Сторона основания  $l$ . Определить площадь боковой поверхности призмы.
5. В каком отношении делит объём треугольной пирамиды  $ABCD$  плоскость, проходящая через вершину  $A$  и середины медиан треугольников  $ABC$  и  $ABD$ , выходящих из вершины  $B$ .
6. Высота правильной четырёхугольной пирамиды  $h$ , плоский угол при вершине равен  $\alpha$ . Найти площадь боковой поверхности пирамиды.
7. В основании пирамиды – квадрат. Две боковые грани ее перпендикулярны плоскости основания, а две другие наклонены к нему под углом  $\alpha$ . Радиус круга описанного около боковой грани, перпендикулярной к основанию, равен  $R$ . Определить площадь полной поверхности пирамиды.
8. В правильной треугольной пирамиде проведена плоскость через середину бокового ребра перпендикулярно к нему. Найти площадь сечения пирамиды этой плоскостью, если высота пирамиды равна  $H$ , а боковое ребро пирамиды в два раза больше стороны основания.
9. Площади оснований усечённой пирамиды равны  $S_1, S_2$  ( $S_2 > S_1$ ), а её объём равен  $V$ . Определить объём полной пирамиды.

1. В основании наклонной призмы лежит правильный треугольник со стороной равной  $a$ . Одна из боковых граней призмы перпендикулярна плоскости основания и представляет собой ромб, диагональ которого равна  $b$ . Найти объем призмы.
2. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 2, 3, и 6 м. Найти длину ребра такого куба, чтобы объем этих тел относились, как их поверхности.
3. Сторона основания правильной четырехугольной призмы равна  $a$ , а ее объем равен  $V$ . Найти косинус угла между диагоналями двух смежных боковых граней.
4. Основанием прямого параллелепипеда служит ромб с острым углом  $\alpha$ . Плоскость, проведенная через одну из сторон нижнего основания и противоположную сторону верхнего основания, образует с плоскостью основания угол  $\beta$ . Полученное сечение имеет площадь равную  $S$ . Найти объем призмы.
5. В основании четырехугольной пирамиды лежит прямоугольник, высота пирамиды  $h$ . Найдите объем пирамиды, если известно, что все ее пять граней равновелики.
6. В правильной треугольной пирамиде даны плоский угол при вершине  $\alpha$  и площадь боковой грани  $S$ . Определить объем пирамиды.
7. Боковые грани треугольной пирамиды взаимно перпендикулярны, а площади их равны  $a^2, b^2, c^2$ . Определить объем пирамиды.
8. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна  $h$ . Через диагональ основания пирамиды и середину противоположного ребра проведено сечение. Оно образует угол  $\alpha$  с плоскостью, проведенной через ту же диагональ основания и вершину пирамиды. Найти площадь сечения.
9. В правильной усеченной четырехугольной пирамиде угол между боковой гранью и нижним основанием равен  $\beta$ , а стороны оснований  $a$  и  $b$  ( $a > b$ ). Найти площадь боковой поверхности.

1. Основанием наклонной призмы  $ABC_1A_1B_1C_1$  ( $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1$ ) служит равнобедренный треугольник, у которого  $AB = AC = a$ ,  $\angle CAB = \alpha$ . Вершина  $B_1$  верхнего основания равноудалена от всех сторон нижнего основания, а ребро  $BB_1$  составляет с плоскостью основания угол  $\beta$ . Найти объём призмы.
2. В основании прямого параллелепипеда лежит параллелограмм со сторонами 1 и 4 см и острым углом  $60^\circ$ . Большая диагональ параллелепипеда равна 5 см. Определить объём параллелепипеда.
3. Найти косинус угла между непересекающимися диагоналями двух смежных боковых граней правильной треугольной призмы, у которой боковое ребро равно стороне основания.
4. В правильной треугольной призме две вершины верхнего основания соединены с серединами противоположных сторон нижнего основания. Угол между полученным сечением и основанием равен  $\alpha$ . Объём призмы равен  $V$ . Найти сторону основания.
5. В основании четырехугольной пирамиды  $SABCD$  лежит параллелограмм  $ABCD$ . На ребре  $SA$  взята точка  $M$  так, что  $SM = 2AM$ . Через точку  $M$  проведена плоскость, пересекающая основание по диагонали  $BD$ . В каком отношении эта плоскость делит объём пирамиды.
6. Площадь полной поверхности правильной треугольной пирамиды равна  $S$ . Зная, что угол между боковой гранью и основанием пирамиды равен  $\alpha$ , найти сторону основания.
7. Основанием пирамиды служит равнобедренный треугольник, у которого равные стороны  $b$  заключают между собой угол  $\alpha$ . Грань пирамиды, проходящая через неравную сторону, перпендикулярна к плоскости основания, а две другие образует с плоскостью основания угол  $\varphi$ . Определить объём пирамиды.
8. В правильной треугольной пирамиде известна сторона основания  $a$  и плоский угол при вершине  $\alpha$ . Найти объём пирамиды.
9. Боковые рёбра правильной усечённой треугольной пирамиды наклонены к плоскости основания под углом  $\alpha$ . Сторона нижнего основания равна  $a$ , а верхнего  $b$  ( $a > b$ ). Найти объём усечённой пирамиды.

1. В основании прямой призмы лежит равнобедренный треугольник с боковой стороной  $a$  и углом  $\alpha$  между боковыми сторонами. Диагональ боковой грани, противоположной данному углу, составляет со смежной боковой гранью угол  $\varphi$ . Найти объём призмы.
2. Основанием прямого параллелепипеда служит ромб. Одна из диагоналей параллелепипеда равна  $L$  и образует с плоскостью основания угол  $\alpha$ , а с одной из боковых граней – угол  $\varphi$ . Найти объём параллелепипеда.
3. Основанием наклонной призмы служит равнобедренная трапеция, у которой боковая сторона и меньшее основание равны  $a$ , а острый угол равен  $\beta$ . Одна из вершин верхнего основания призмы равноудалена от всех вершин нижнего основания. Найти объём призмы, если боковое ребро составляет с плоскостью основания угол  $\alpha$ .
4. Диагонали граней прямоугольного параллелепипеда равны  $a, b, c$ . Определить его полную поверхность.
5. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются середины ребер треугольной пирамиды, объемом  $V$ .
6. В правильной треугольной пирамиде даны сторона основания  $a$  и двугранный угол  $\alpha$  между боковой гранью и плоскостью основания. Определить объём и площадь полной поверхности пирамиды.
7. В треугольной пирамиде все четыре грани – равные равнобедренные треугольники с основанием  $a$  и боковой стороной  $b$ . Вычислить объём пирамиды.
8. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна  $a$ , а угол между боковой гранью и плоскостью основания равен  $\alpha$ . Через сторону основания проведена внутри пирамиды плоскость, делящая пополам двугранный угол при основании. Определить площадь сечения.
9. Основаниями правильной усечённой пирамиды служат квадраты со сторонами  $a$  и  $b$  ( $a > b$ ). Боковые рёбра наклонены к плоскости основания под углом  $\alpha$ . Определить объём усеченной пирамиды и величины двугранных углов при сторонах оснований.

1. Основания параллелепипеда – квадраты со стороной  $b$ , а все боковые грани ромбы. Одна из вершин верхнего основания одинаково удалена от всех вершин нижнего основания. Найти объем параллелепипеда.
2. Основанием прямого параллелепипеда служит параллелограмм, один из углов которого равен  $30^\circ$ . Площадь основания равна  $4 \text{ м}^2$ . Площади боковых граней параллелепипеда равны 6 и  $12 \text{ м}^2$ . Найти объем параллелепипеда.
3. Определить сторону основания правильной четырехугольной призмы, если ее диагональ образует с плоскостью боковой грани угол  $30^\circ$ , а объем равен  $V$ .
4. В правильной треугольной призме проведена плоскость через сторону нижнего основания и через середину противоположного бокового ребра. Площадь полученного сечения равна  $Q$ , а угол при вершине в сечении равен  $\alpha$ . Определить боковую поверхность призмы.
5. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания  $a$ , плоский угол при вершине  $\varphi$ . Найдите ее объем и двугранный угол при основании.
6. Боковая грань правильной треугольной пирамиды образует с плоскостью основания угол  $\alpha$ . Сумма длин высоты пирамиды и радиуса окружности, вписанной в основание пирамиды равна  $a$ . Найти объем пирамиды.
7. Через сторону основания правильной треугольной пирамиды проведена плоскость под углом  $\varphi$  к основанию и перпендикулярно боковому ребру, противолежащему этой стороне. Известно, что объем той части пирамиды, которая заключена между ее основанием и проведенной плоскостью равен  $V$ . Найти высоту этой пирамиды.
8. В правильной четырехугольной пирамиде, высота которой  $H$ , составляет с боковым ребром угол  $\alpha$ , через диагональ основания проведена плоскость под углом  $\varphi$  к основанию. Определить площадь сечения.
9. Определить объем правильной усеченной четырехугольной пирамиды, если сторона большего основания равна  $a$ , сторона меньшего основания равна  $b$ , а острый угол боковой грани равен  $\alpha$ .

1. Основанием призмы служит прямоугольник. Боковое ребро составляет равные углы со сторонами основания и наклонено к плоскости основания под углом  $\alpha$ . Найти угол между боковым ребром и стороной основания.
2. В прямом параллелепипеде стороны основания равны  $a$  и  $b$ , образуют угол  $30^\circ$ . Площадь боковой поверхности равна  $S$ . Определить объём параллелепипеда.
3. Сторона основания правильной треугольной призмы меньше бокового ребра и равна  $a$ . Через сторону верхнего основания проведена плоскость, которая составляет с плоскостью основания угол  $45^\circ$  и делит призму на две части. Определить объём и полную поверхность верхней части призмы.
4. Полная поверхность правильной треугольной призмы равна  $S$ . Прямая соединяющая центр верхнего основания с серединой стороны нижнего основания, наклонена к плоскости нижнего основания под углом  $\alpha$ . Найти высоту призмы.
5. Среди пирамид, все ребра которых равны  $a$ , найдите объём той пирамиды, которая имеет наибольшее число ребер.
6. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна  $a$ , а каждый из плоских углов при вершине равен  $\alpha$ . Определить объём пирамиды.
7. В основании пирамиды лежит остроугольный равнобедренный треугольник с углом при основании равным  $\alpha$ , и противоположной ему стороной, равной  $b$ . Ребра пирамиды наклонены к плоскости её основания под одинаковыми углами, равными  $\beta$ . Найти площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через её высоту и вершину угла  $\alpha$ .
8. В правильной четырехугольной пирамиде даны сторона основания  $a$  и плоский угол при вершине  $\alpha$ . Определить площадь сечения, проведённого через сторону основания перпендикулярно к противоположной боковой грани.
9. Высота правильной четырёхугольной усеченной пирамиды равна  $H$ , боковое ребро и диагональ пирамиды наклонены к плоскости её основания под углом  $\alpha$  и  $\beta$ . Найти площадь её боковой поверхности.

1. Основанием призмы служит правильный треугольник со стороной  $a$ . Боковое ребро равно  $b$  и составляет с пересекающими его сторонами основания углы, каждый из которых равен  $\alpha$ . Найти объем призмы и допустимые значения  $\alpha$ .
2. Основанием прямого параллелепипеда служит ромб. Плоскость, проведенная через одну из сторон нижнего основания и противоположную сторону верхнего основания, образует с плоскостью основания угол  $45^\circ$ . Полученное сечение имеет площадь, равную  $Q$ . Определить площадь боковой поверхности параллелепипеда.
3. Диагональ правильной четырехугольной призмы образует с плоскостью основания угол  $45^\circ$ . Найти угол, образованный этой диагональю с плоскостью боковой грани.
4. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с острым углом  $\alpha$ . Радиус окружности, описанной около него, равен  $R$ . Через диагональ боковой грани, проходящей через катет, прилежащий к углу  $\alpha$ , проведена плоскость, перпендикулярная к этой грани и образующая с плоскостью основания угол  $\alpha$ . Определить площадь боковой поверхности призмы.
5. Основанием пирамиды является прямоугольник со сторонами 6 и 8 см. Найти объем пирамиды, если ее высота равна радиусу окружности, описанной около основания.
6. Радиус окружности, описанной около основания правильной четырехугольной пирамиды, равен  $R$ , боковая грань пирамиды образует с плоскостью основания угол  $\alpha$ . Найти объем пирамиды.
7. Через середину двух сторон основания правильной треугольной пирамиды проведена плоскость, перпендикулярная основанию. Объем отсеченной пирамиды равен  $V$ . Найти объем данной пирамиды.
8. Площадь основания правильной треугольной пирамиды равна  $S$ , боковое ребро пирамиды наклонено к ее основанию под углом  $\alpha$ . Найти площадь боковой поверхности пирамиды.
9. Стороны оснований правильной четырехугольной усеченной пирамиды равны  $a$  и  $a\sqrt{3}$ , боковая грань наклонена к плоскости основания под углом  $\gamma$ . Определить площадь полной поверхности пирамиды.

1. В основании наклонной призмы лежит правильный треугольник со стороной, равной  $a$ . Одна из боковых граней призмы перпендикулярна плоскости основания и представляет собой ромб, диагональ которого равна  $b$ . Найти объем призмы.
2. Площадь основания правильной четырехугольной призмы равна  $25 \text{ см}^2$ , площадь боковой поверхности призмы равна  $60 \text{ см}^2$ . Найти объем призмы.
3. В правильной четырехугольной призме, высота которой равна 5, а сторона основания 2, проведено сечение плоскостью, проходящей через вершину основания параллельно диагонали основания и образующей угол  $60^\circ$  с плоскостью основания. Найдите площадь сечения.
4. Стороны основания прямой треугольной призмы равны 13, 14, 15, высота призмы 5. Найти площадь сечения этой призмы плоскостью, проходящей через среднюю по длине сторону нижнего основания и противоположащую ей вершину верхнего основания призмы.
5. В правильной треугольной пирамиде угол между высотой и боковым ребром равен  $\alpha$ . Найдите объем пирамиды, если площадь ее сечения плоскостью, проходящей через боковое ребро и высоту, равна  $S$ .
6. Плоский угол при вершине  $D$  правильной треугольной пирамиды  $DABC$  равен  $2\alpha$ . На ребре  $AD$  взята точка  $E$  так, что  $AD:ED=2:1$ . Найти площадь треугольника  $BCE$ , если площадь боковой поверхности равна  $S$ .
7. В основании пирамиды лежит прямоугольный треугольник с острым углом  $\beta$ . Все боковые ребра наклонены к основанию под углом  $\alpha$ . Найти объем пирамиды, если радиус окружности, описанный около основания пирамиды, равен  $R$ .
8. В правильной четырехугольной пирамиде плоский угол при вершине  $\alpha$ . Через диагональ основания проведена плоскость, перпендикулярная к противоположному боковому ребру, площадь полученного сечения  $S$ . Найти площадь основания пирамиды.
9. Определить объем правильной шестиугольной усеченной пирамиды, если стороны ее оснований  $a$  и  $b$  ( $a > b$ ), боковое ребро составляет с плоскостью нижнего основания угол в  $30^\circ$ .

1. Основанием прямой призмы является треугольник  $ABC$ , причем  $\angle ABC = \alpha$ ,  $AB = a$ . Длины медиан  $\triangle ABC$ , проведенных из вершин  $A$  и  $C$  равны между собой. Найти площадь боковой поверхности призмы, если ее высота равна длине наибольшей высоты треугольника  $ABC$ .
2. Объем правильной четырехугольной призмы  $144 \text{ см}^3$ , высота  $4 \text{ см}$ . Найти площадь боковой поверхности призмы.
3. Дана правильная треугольная призма со стороной основания, равной  $6$ , и боковым ребром, равным  $5$ . Через сторону основания проведено сечение, образующее угол  $45^\circ$  с плоскостью основания. Найдите площадь сечения.
4. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна  $L$  и составляет со смежными боковыми гранями углы в  $45^\circ$  и  $30^\circ$ . Найти объем параллелепипеда.
5. Через вершину правильной треугольной пирамиды и середины двух сторон основания проведено сечение. Найти объем пирамиды, если  $a$  – сторона основания,  $\alpha$  – угол между сечением и основанием.
6. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  на  $SA$  взята точка  $D$  такая, что  $SD:DA = 3:2$ . Найти площадь основания данной пирамиды, если  $\angle BSC = \alpha$  и площадь  $\triangle BCD$  равна  $q$ .
7. В основании пирамиды лежит прямоугольный треугольник с острым углом  $60^\circ$ , каждое боковое ребро пирамиды наклонено к плоскости основания под углом в  $30^\circ$ . Найти объем пирамиды, если ее высота равна  $H$ .
8. Основанием пирамиды служит ромб со стороной  $a$  и острым углом  $\alpha$ . Две боковые грани перпендикулярны основанию, а две другие наклонены к нему под углом  $\varphi$ . Найти объем пирамиды.
9. Определить объем усеченной треугольной пирамиды, если высота ее  $10 \text{ м}$ , стороны одного основания  $27 \text{ м}$ ,  $29 \text{ м}$  и  $52 \text{ м}$ , периметр другого основания равен  $72 \text{ м}$ .