

1. Основанием наклонной призмы служит правильный треугольник со стороной  $a$ , длина бокового ребра равна  $b$ , одно из боковых ребер образует с прилежащими сторонами углы в  $45^\circ$ . Определить площадь боковой поверхности этой призмы.
2. Основание прямого параллелепипеда есть ромб, острый угол которого равен  $\alpha$ . Меньшая диагональ параллелепипеда составляет с плоскостью основания угол  $\beta$ . Меньшая диагональ ромба равна  $d$ . Определить объем этого параллелепипеда.
3. Объем правильной восьмиугольной призмы равен  $8\text{ м}^3$ , а ее высота равна  $2,2$  м. Найти площадь боковой поверхности призмы.
4. В основании правильной треугольной призмы лежит треугольник  $ABC$  со стороной  $a$ . На боковых ребрах взяты точки  $A_1$ ,  $B_1$  и  $C_1$ , удаленные от плоскости основания соответственно на расстояния  $\frac{a}{2}$ ,  $a$ ,  $\frac{3a}{2}$ . Найти угол между плоскостями  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$ .
5. В четырехугольной пирамиде  $SABCD$ , основанием которой служит параллелограмм  $ABCD$ , проведено сечение через ребро  $AB$  и середину  $M$  ребра  $SC$ . Найти отношение объемов частей, на которые сечение разделило пирамиду.
6. В правильной треугольной пирамиде даны высота  $H$  и двугранный угол  $\alpha$  между боковой гранью и плоскостью основания. Определить площадь полной поверхности пирамиды.
7. Основанием пирамиды служит трапеция, в которой боковые стороны и меньшее основание равны между собой, большее основание равно  $a$  и тупой угол трапеции равен  $\alpha$ . Все боковые ребра пирамиды образуют с плоскостью основания угол  $\beta$ . Определить объем пирамиды.
8. В правильной четырехугольной пирамиде плоский угол при вершине равен углу между боковым ребром и плоскостью основания. Определить двугранные углы между соседними боковыми гранями этой пирамиды.
9. Высота правильной треугольной усеченной пирамиды равна  $H$  и является средним пропорциональным между сторонами оснований. Боковое ребро составляет с основанием угол, равный  $\alpha$ . Найти объем пирамиды.

1. Основанием призмы служит квадрат, одна из вершин верхнего основания одинаково отстоит от всех вершин нижнего основания. Сторона основания равна  $a$ , боковое ребро равно  $b$ . Определить полную поверхность этой призмы и объем. В этой же призме определить диагонали.
2. Площадь основания прямой треугольной призмы равна  $4 \text{ см}^2$ , площади боковых граней равны  $9, 10$  и  $17 \text{ см}^2$ . Определить объем призмы.
3. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна  $d$  и образует с боковыми гранями углы  $\alpha$  и  $\beta$ . Найти площадь боковой поверхности.
4. В прямой треугольной призме через одну из сторон основания проведена плоскость, пересекающая противоположное боковое ребро и отклоненная от плоскости основания на  $45^\circ$ . Площадь основания равна  $Q$ . Определить площадь сечения.
5. На ребрах  $AA_1$  и  $CC_1$  параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  расположены точки  $M$  и  $N$  так, что  $AM:AA_1=1:3$ ,  $CN:CC_1=2:3$ . Построить сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки  $M$  и  $N$  параллельно диагонали  $BD$  основания и определить форму сечения.
6. Периметр боковой грани правильной четырехугольной пирамиды равен  $2p$ ; плоский угол при вершине равен  $\alpha$ . Определить площадь боковой поверхности и объем пирамиды.
7. Основанием и боковыми гранями пирамиды служит равнобедренный треугольник с острым углом  $\alpha$  при вершине. Определить объем пирамиды, если ее высота равна  $H$ .
8. В основании пирамиды лежит ромб, один из углов которого равен  $\alpha$ . Боковые грани одинаково наклонены к плоскости основания. Через середины двух смежных сторон основания и вершину пирамиды проведена плоскость. Эта плоскость составляет с плоскостью основания угол, равный  $\beta$ . Найти площадь сечения, образованного этой плоскостью, если сторона ромба равна  $a$ .
9. Определить объем правильной усеченной четырехугольной пирамиды, если сторона большего основания равна  $a$ , сторона меньшего основания равна  $b$ , а острый угол боковой грани равен  $60^\circ$ .

1. В параллелепипеде длины трех ребер, выходящих из общей вершины  $a, b$  и  $c$ . Ребра  $a$  и  $b$  взаимно перпендикулярны, а ребро  $c$  образует с каждым из них угол  $\alpha$ . Определить объем параллелепипеда.
2. Определить объем наклонной треугольной призмы, у которой площадь одной из боковых граней равна  $S$ , а расстояние от плоскости этой грани до противоположного ребра равно  $d$ .
3. Объем правильной треугольной призмы равен  $V$ , а угол между диагоналями двух боковых граней, проведенный из одной вершины, равен  $\alpha$ . Определить сторону основания призмы.
4. В правильной шестиугольной призме плоскость, проведенная через сторону основания и середину отрезка, соединяющего центры оснований, составляет с плоскостью основания острый угол  $\alpha$ . Найти площадь сечения, образованного этой плоскостью, если сторона основания призмы равна  $a$ .
5. Треугольная пирамида рассечена плоскостью на два многогранника. Найдите отношение объемов этих многогранников, если известна, что секущая плоскость делит три ребра, сходящиеся в одной вершине пирамиды, в отношении  $1:2, 1:2$  и  $2:1$ , считая от вершины.
6. Полная поверхность правильной четырехугольной пирамиды равна  $S$ , а плоский угол при вершине равен  $\alpha$ . Найти высоту пирамиды.
7. Два равнобедренных треугольника с общим основанием служат основанием и боковой гранью треугольной пирамиды, объем которой равен  $V$ , двугранный угол между плоскостями этих треугольников – прямой. Определить длину бокового ребра пирамиды, соединяющего вершины этих треугольников, если это ребро наклонено к плоскости основания пирамиды под углом  $\alpha$ , а двугранный угол при этом ребре равен  $\beta$ .
8. Основанием пирамиды служит ромб с острым углом, равным  $\alpha$ . Все боковые грани составляют с плоскостью основания один и тот же угол, равный  $\beta$ . Площадь сечения, проведенного через большую диагональ основания и вершину пирамиды, равна  $S$ . Найти объем пирамиды.
9. Стороны оснований правильной усеченной четырехугольной пирамиды относятся, как  $m:n$  ( $m>n$ ). Высота пирамиды равна  $H$ . Боковое ребро составляет с плоскостью основания угол, равный  $\alpha$ . Найти площадь боковой поверхности пирамиды.

1. Основанием призмы  $ABCA_1B_1C_1$  служит правильный треугольник  $ABC$  со стороной  $a$ . Вершина  $A_1$  проектируется в центр нижнего основания, а ребро  $AA_1$  наклонено к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Определить площадь боковой поверхности призмы.
2. В основании наклонной призмы лежит параллелограмм со сторонами 3 дм и 6 дм и острым углом  $45^\circ$ . Боковое ребро призмы равно 4 дм и наклонено к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найти объем призмы.
3. Основанием прямой призмы служит равнобедренный треугольник, основание которого равно  $a$ , а угол при нем равен  $45^\circ$ . Определить объем призмы, если площадь ее боковой поверхности равна сумме площадей оснований.
4. На ребрах  $AA_1$  и  $CC_1$  параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  расположены соответственно точки  $M$  и  $N$  так, что  $AM:AA_1=m$ ,  $CN:CC_1=n$ . Построить сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки  $M$  и  $N$  параллельно диагонали  $BD$  основания. Определить в каком отношении эта плоскость делит ребро  $BB_1$ .
5. Треугольная пирамида рассечена плоскостью на два многогранника. Найдите отношение объемов этих многогранников, если известна, что секущая плоскость делит три ребра, сходящиеся в одной вершине пирамиды, в отношении  $2:3$ ,  $3:1$ ,  $2:5$ , считая от вершины.
6. Определить объем правильной четырехугольной пирамиды, если площадь боковой грани равна  $P$ , а плоский угол при вершине пирамиды равен  $\alpha$ .
7. В основании пирамиды лежит прямоугольный треугольник, у которого один острый угол равен  $\alpha$ , а радиус вписанного круга равен  $r$ . Каждая из боковых граней образует с основанием угол  $\alpha$ . Определить объем и площадь боковой поверхности пирамиды.
8. Основанием пирамиды служит равнобедренный треугольник  $ABC$ , где  $AB=AC$ . Высота пирамиды  $SO$  проходит через середину высоты  $AD$  основания. Через сторону  $BC$  проведена плоскость, перпендикулярная к боковому ребру  $AS$ , образующая с основанием угол  $\alpha$ . Определить объем пирамиды, отсеченной от данной и имеющей с ней общую вершину  $S$ , если объем другой отсеченной части ее равен  $V$ .
9. Высота усеченной пирамиды равна  $h$ , а площади оснований  $Q$  и  $q$ . На каком расстоянии от верхнего основания находится параллельное ему сечение, площадь которого есть средняя пропорциональная между площадями оснований.  $\square$

1. Основанием наклонной призмы является параллелограмм со сторонами  $a$ ,  $b$  и острым углом  $\alpha$ . Боковое ребро, проходящее через вершину острого угла основания, равно  $c$  и составляет со сторонами основания острые углы  $\beta$ . Определить объем призмы.
2. Основанием прямой призмы служит ромб. Площади диагональных сечений этой призмы равны  $P$  и  $Q$ . Найти площадь боковой поверхности призмы.
3. В правильной треугольной призме через сторону нижнего основания и противоположную вершину верхнего основания проведена плоскость, составляющая с плоскостью нижнего основания угол  $45^\circ$ . Площадь сечения равна  $S$ . Найти объем призмы.
4. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с острым углом  $\alpha$ . Через диагональ боковой грани, проходящей через катет, прилежащий к углу  $\alpha$ , проведена плоскость, перпендикулярная к этой грани; один из острых углов полученного сечения равен  $\beta$ . Определить радиус окружности, описанной около основания призмы, если площадь боковой поверхности равна  $S$ .
5. Найдите объем пирамиды  $ABCD$ , в которой  $AB=4$ ,  $BC=5$ ,  $AD=6$ ,  $BD=7$ ,  $CA=8$ , а двугранный угол с ребром  $AB$  равен  $60^\circ$ .
6. Определить объем и площадь полной поверхности правильной четырехугольной пирамиды, если ее боковое ребро равно  $L$ , а плоский угол при вершине равен  $\alpha$ .
7. В основании пирамиды лежит равнобедренный треугольник, у которого боковые стороны равны  $a$ , а углы при основании равны  $\alpha$ . Каждое боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом  $\varphi$ . Найти площадь сечения, проходящего через высоту пирамиды и вершину угла  $\alpha$ .
8. В правильной треугольной пирамиде двугранный угол при основании равен  $\alpha$ . Площадь боковой поверхности равна  $S$ . Найти расстояние от центра основания до боковой грани.
9. Определить высоту правильной четырехугольной усеченной пирамиды, если ее стороны оснований  $a$  и  $b$  ( $a > b$ ), а площадь боковой поверхности равна сумме площадей оснований.

1. Основанием наклонной призмы является ромб с острым углом  $2\alpha$ . Боковое ребро, проходящее через вершину этого угла, образует со сторонами основания острые углы  $\beta$ . Определить длину бокового ребра, если объем призмы равен  $V$ , а сумма диагоналей основания равна  $m$ .
2. Площади боковых граней прямой треугольной призмы равны  $M$ ,  $N$  и  $P$ . Боковое ребро равно  $L$ . Определить объем призмы.
3. В основании прямой призмы лежит треугольник. Два его угла равны  $\alpha$  и  $\beta$ , а площадь равна  $S$ . Прямая, проходящая через вершину верхнего основания и центр круга, описанного около нижнего основания, составляет с плоскостью основания угол  $\varphi$ . Найти объем призмы.
4. В правильной треугольной призме плоскость, проведенная через центр основания и центры симметрии двух боковых граней, составляет с плоскостью основания острый угол  $\alpha$ . Найти площадь сечения, образованного этой плоскостью, если сторона основания равна  $a$ .
5. Объем пирамиды  $ABCD$  равен 1. На ребрах  $AD$ ,  $BD$ ,  $CD$  взяты точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  так, что  $2AK = KD$ ,  $BL = 2LD$ ,  $2CM = 3MD$ . Найдите объем многогранника  $ABCKLM$ .
6. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна  $H$ , а двугранный угол между боковыми гранями равен  $\alpha$ . Найти длину стороны основания.
7. В треугольной пирамиде два плоских угла при вершине равны  $\alpha$ , а третий плоский угол при той же вершине равен  $\beta$ . Боковое ребро, служащее боковой стороной равных плоских углов, перпендикулярно к плоскости основания и длина его равна  $H$ . Определить объем и площадь боковой поверхности пирамиды.
8. Отношение площади диагонального сечения правильной четырехугольной пирамиды к площади ее основания равно  $k$ . Найти косинус плоского угла при вершине пирамиды.
9. В правильной треугольной усеченной пирамиде двугранный угол при основании равен  $60^\circ$ , сторона этого основания  $a$  и площадь полной поверхности  $S$ . Определить сторону другого основания.

1. Основанием наклонной призмы служит правильный треугольник со стороной равной  $a$ . Длина бокового ребра равна  $b$ , а одно из боковых ребер образует с прилежащими сторонами основания углы  $45^\circ$ . Определить площадь боковой поверхности призмы.
2. Основанием прямой призмы служит равнобедренная трапеция, у которой основания равны  $a$  и  $b$  ( $a > b$ ), а острый угол равен  $\alpha$ . Плоскость, проходящая через большее основание верхней трапеции и меньшее основание нижней трапеции, составляет с плоскостью нижнего основания угол  $\beta$ . Найти объем призмы.
3. В правильной треугольной призме угол между диагональю боковой грани и другой боковой гранью равен  $\alpha$ . Определить площадь боковой поверхности призмы, зная, что ребро основания равно  $a$ .
4. В основании прямой призмы лежит ромб с острым углом  $\alpha$ . Отношение высоты призмы к стороне основания равно  $k$ . Через сторону основания и середину противоположного бокового ребра проведена плоскость. Найти угол между этой плоскостью и плоскостью основания.
5. Объем треугольной пирамиды равен 1. Найдите объем пирамиды с вершинами в точках пересечения медиан граней этой пирамиды.
6. Определить объем правильной четырехугольной пирамиды, боковое ребро которой равно  $l$ , а двугранный угол между боковыми гранями равен  $\alpha$ .
7. Основанием пирамиды  $SABC$  служит равнобедренный треугольник, в котором  $AB=AC$ ; грани  $SAB$  и  $SAC$  перпендикулярны к основанию, а третья грань образует с основанием угол  $\alpha$ . Боковое ребро  $SB$  наклонено к основанию под углом  $\alpha$  и равно  $b$ . Найти объем пирамиды.
8. Расстояние от стороны основания правильной треугольной пирамиды до противоположного ей ребра в два раза меньше стороны основания. Найти угол между боковой гранью и плоскостью основания пирамиды.
9. Определить объем правильной треугольной усеченной пирамиды, у которой стороны оснований 30 м и 20 м, а боковая поверхность равновелика сумме площадей оснований.

1. Основанием наклонной призмы служит равнобедренный треугольник  $ABC$ , в котором  $AB=AC=10$  м и  $BC=12$  м. Вершина  $A_1$  равноудалена от вершин  $A$ ,  $B$  и  $C$  и ребро  $AA_1=13$  м. Определить площадь полной поверхности этой призмы.
2. Доказать, что объем прямой призмы, основанием которой служит трапеция, равен произведению среднего арифметического площадей параллельных боковых граней на расстояние между ними.
3. Боковые грани правильной треугольной призмы – квадраты. Найти угол между диагональю боковой грани и непересекающей его стороной основания призмы.
4. В прямом параллелепипеде острый угол основания равен  $\alpha$ , одна из сторон основания равна  $a$ . Сечение, проведенное через эту сторону и противоположное ей ребро, имеет площадь  $Q$  и образует с плоскостью основания угол  $(90^\circ - \alpha)$ . Определить другую сторону основания.
5. Треугольная пирамида рассечена плоскостью на два многогранника. Найдите отношение объемов этих многогранников, если известна, что секущая плоскость делит три ребра, сходящиеся в одной вершине пирамиды, в отношении  $3:2$ ,  $1:2$ ,  $4:5$ , считая от вершины.
6. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды образует со стороной основания угол  $\alpha$ , радиус окружности, вписанной в боковую грань пирамиды равен  $r$ . Найти площадь боковой поверхности пирамиды.
7. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна  $h$ . Через диагональ основания пирамиды и середину противоположного ребра проведено сечение. Плоскость сечения образует угол  $\alpha$  с плоскостью, проведенной через ту же диагональ основания и вершину пирамиды. Найти площадь сечения.
8. Основанием пирамиды служит прямоугольный треугольник, у которого один из острых углов равен  $\alpha$ . Все боковые ребра одинаково наклонены к плоскости основания. Найти двугранные углы при основании, если высота пирамиды равна гипотенузе треугольника, лежащего в ее основании.
9. Определить объем правильной шестиугольной усеченной пирамиды, если стороны ее оснований  $a$  и  $b$  ( $a > b$ ), боковое ребро составляет с плоскостью нижнего основания угол в  $30^\circ$ .



1. В наклонной треугольной призме расстояния между боковыми ребрами относятся как  $9:10:17$ , боковое ребро равно  $1$  м; площадь боковой поверхности равна  $6$  м<sup>2</sup>. Определить объем этой призмы.
2. Основанием прямой призмы служит равнобедренный треугольник, периметр которого равен  $2p$ , а угол при вершине равен  $\alpha$ . Через неравную сторону нижнего основания и противоположащую вершину верхнего проведена плоскость, составляющая с плоскостью нижнего основания угол  $\beta$ . Определить объем призмы.
3. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  диагонали основания  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $M$ ,  $\angle AMB = \alpha$ . Определить площадь боковой поверхности параллелепипеда, если  $B_1 M = b$ ,  $\angle B M B_1 = \beta$ .
4. Основанием наклонного параллелепипеда служит ромб  $ABCD$ , в котором  $\angle BAD = 60^\circ$ , боковые ребра наклонены к плоскости основания под углом  $60^\circ$ , и плоскость  $AA_1 C_1 C$  перпендикулярна к плоскости основания. Доказать, что площади сечений  $BB_1 D_1 D$  и  $ACC_1 A_1$  относятся как  $2:3$ .
5. Объем тетраэдра  $ABCD$  равен  $V$ . На ребрах  $CD$ ,  $DB$ ,  $BA$  взяты точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  так, что  $3CK = CD$ ,  $2DL = DB$ ,  $3BM = 2AB$ . Найдите объем тетраэдра  $KLMD$ .
6. В правильной четырехугольной пирамиде площадь основания равна  $S$ , угол между высотой и боковым ребром пирамиды равен  $\alpha$ . Найти объем пирамиды.
7. Основанием пирамиды служит ромб со стороной  $a$ . Две боковые грани пирамиды перпендикулярны к плоскости основания и образуют между собой угол, равный  $\beta$ . Две другие боковые грани составляют с плоскостью основания угол, равный  $\alpha$ . Найти площадь боковой поверхности пирамиды.
8. В правильной треугольной пирамиде проведена плоскость через середину бокового ребра перпендикулярно к нему. Найти площадь сечения пирамиды этой плоскостью, если длина бокового ребра пирамиды равна  $2a$ , а сторона ее основания  $a$ .
9. В правильной четырехугольной усеченной пирамиде площади оснований  $Q$  и  $q$ , а площадь боковой поверхности  $P$ . Определить площадь диагонального сечения.

1. Основанием наклонного параллелепипеда служит ромб со стороной  $a$  и острым углом  $\alpha$ . Боковое ребро, проходящее через вершину этого угла, равно  $b$  и образует со сторонами основания, проходящими через эту вершину, углы  $\varphi$  ( $\varphi < 90^\circ$ ). Определить объем параллелепипеда.
2. Основанием прямой призмы служит равнобедренный треугольник, у которого равные стороны  $a$  образуют между собой угол  $\alpha$ . Из вершины верхнего основания проведены две диагонали равных боковых граней, угол между ними равен  $\beta$ . Найти площадь боковой поверхности призмы.
3. Боковое ребро правильной треугольной призмы равно высоте основания, а площадь сечения, проведенного через это боковое ребро и высоту основания, равна  $Q$ . Определить объем призмы.
4. Сторона основания правильной треугольной призмы равна  $a$ , боковое ребро  $2a$ . Найти площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через сторону основания и центр другого основания.
5. Дан куб  $AC_1$ , где  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$ ,  $DD_1$  - боковые ребра. Построить сечение куба плоскостью, проходящей через вершину  $A$ , середину ребра  $BC$  и центр грани  $DCC_1D_1$ .
6. Определить объем правильной четырехугольной пирамиды, в которой длина стороны основания равна  $a$ , а двугранный угол между боковыми гранями равен  $\alpha$ .
7. Боковые ребра треугольной пирамиды имеют одинаковую длину  $L$ , плоские углы при вершине  $\alpha$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ . Определить объем пирамиды.
8. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна  $a$ , угол между боковым ребром и плоскостью основания равен  $\alpha$  ( $\alpha > \frac{\pi}{4}$ ). Найти площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через вершину основания перпендикулярно противоположному ребру (т.е. ребру, не лежащему с этой вершиной в одной боковой грани).
9. Даны площади  $Q$  и  $q$  оснований усеченной пирамиды и ее высота  $h$ . Определить объем полной пирамиды и объем отсеченной верхней части.

1. Основанием призмы служит правильный треугольник  $ABC$  со стороной  $a$ ; вершина  $A_1$  проектируется в центр нижнего основания, а ребро  $AA_1$  составляет со стороной основания угол в  $45^\circ$ . Определить объем и площадь боковой поверхности призмы.
2. Основанием прямой призмы является параллелограмм с острым углом  $\alpha$ . Меньшая диагональ призмы наклонена к основанию под углом  $\beta$ , а большая под углом  $\gamma$ . Найти высоту призмы, если ее объем равен  $V$ .
3. В правильной шестиугольной призме площадь наибольшего диагонального сечения  $4 \text{ м}^2$ , а расстояние между двумя противоположными боковыми гранями  $2 \text{ м}$ . Найти объем призмы.
4. Стороны основания прямой треугольной призмы равны  $10$ ,  $13$  и  $13 \text{ см}$ . Найдите площадь сечения этой призмы плоскостью, проходящей через меньшую по длине сторону нижнего основания и середину противоположного ей бокового ребра, если длина бокового ребра равна  $10 \text{ см}$ .
5. Объем пирамиды  $ABCD$  равен  $V$ . На ребрах  $AD$ ,  $BD$ ,  $CD$  взяты точки  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  так, что  $3AP=PD$ ,  $BQ=5QD$ ,  $3CR=2RD$ . Найти объем многогранника  $ABCPQR$ .
6. В правильной четырехугольной пирамиде дана апофема  $L$  и двугранный угол  $\alpha$ , составленный боковой гранью с плоскостью основания. Определить площадь полной поверхности пирамиды.
7. Основанием пирамиды служит прямоугольный треугольник, площадь которого равна  $S$ , боковые ребра равны между собой. Двугранные углы при катетах основания равны  $\alpha$  и  $\beta$ . Определить объем пирамиды.
8. Высота правильной четырехугольной пирамиды образует с боковым ребром угол  $\alpha$ . Через вершину пирамиды параллельно диагонали основания проведена плоскость, составляющая угол, равный  $\beta$ , со второй диагональю. Площадь полученного сечения равна  $S$ . Найти высоту пирамиды.
9. Площади оснований усеченной пирамиды  $Q$  и  $q$ , а ее объем  $V$ . Определить объем полной пирамиды.

1. Основанием наклонной призмы служит равносторонний треугольник со стороной  $a$ ; одна из боковых граней перпендикулярна к плоскости основания и представляет собой ромб, у которого меньшая диагональ равна  $c$ . Определить объем призмы.
2. Основанием прямого параллелепипеда служит ромб. Одна из диагоналей параллелепипеда образует с плоскостью основания угол  $\alpha$ , с одной из боковых граней – угол  $\varphi$ . Найти длину этой диагонали, если объем параллелепипеда равен  $V$ .
3. Через диагональ нижнего и вершину верхнего основания правильной четырехугольной призмы проведена плоскость, пересекающая две смежные боковые грани призмы по прямым, угол между которыми равен  $\alpha$ . Определить ребро основания призмы, если объем призмы равен  $V$ .
4. В прямом параллелепипеде острый угол основания равен  $\alpha$ , одна из сторон основания равна  $a$ ; сечение, проведенное через эту сторону и противоположное ей ребро, имеет площадь  $Q$  и образует с плоскостью основания угол  $(90^\circ - \alpha)$ . Определить другую сторону основания.
5. Объем пирамиды  $ABCD$  равен  $V$ . На ребрах  $AD$ ,  $BD$ ,  $CD$  взяты точки  $E$ ,  $F$ ,  $G$  так, что  $DE:EA=2:1$ ,  $DF:FB=1:3$ ,  $DG:GC=5:2$ . Найти объем многогранника  $ABCEFG$ .
6. Найти объем правильной четырехугольной пирамиды с высотой  $h$  и двугранным углом при боковом ребре  $\alpha$ .
7. Боковые грани  $SAB$  и  $SAC$  треугольной пирамиды  $SABC$  перпендикулярны плоскости основания, угол между ребром  $SA$  и высотой  $SD$  грани  $SBC$  равен  $\alpha$ . Найти объем пирамиды, если ее площадь основания равна  $q$ ,  $\angle ABC=\beta$ ,  $\angle ACB=\gamma$ .
8. В основании пирамиды лежит ромб, один из углов которого равен  $\alpha$ . Боковые грани одинаково наклонены к плоскости основания. Через середины двух смежных сторон основания и вершину пирамиды проведена плоскость. Эта плоскость составляет с плоскостью основания угол, равный  $\beta$ . Площадь сечения, образованная этой плоскостью, равна  $S$ . Найти сторону ромба.
9. Основаниями усеченной пирамиды служат два правильных восьмиугольника. Сторона нижнего основания равна  $0,4$  м, а верхнего  $0,3$  м; высота усеченной пирамиды равна  $0,5$  м. Усеченная пирамида достроена до полной. Определить объем полной пирамиды.

1. Основанием параллелепипеда служит ромб со стороной  $a$  и острым углом  $30^\circ$ . Диагональ одной боковой грани перпендикулярна плоскости основания, а боковое ребро составляет с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Найти площадь полной поверхности и объем параллелепипеда.
2. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с острым углом  $\alpha$ . Диагональ большей боковой грани равна  $d$  и образует с боковым ребром угол  $\beta$ . Найти объем призмы.
3. В правильной шестиугольной призме большее диагональное сечение равновелико основанию, сторона которого  $a$ . Определить ребро куба, равновеликого этой призме.
4. Плоскость, проходящая через сторону основания правильной треугольной призмы и середину противоположного ребра, образует с основанием угол  $45^\circ$ . Сторона основания  $L$ . Определить боковую поверхность призмы.
5. Треугольная пирамида рассечена плоскостью на два многогранника. Найдите отношение объемов этих многогранников, если известно, что секущая плоскость делит три ребра, сходящиеся в одной вершине пирамиды в отношении  $2:3$ ,  $3:4$ ,  $4:5$ , считая от вершины.
6. Объем правильной четырехугольной пирамиды равен объему  $V$  куба, построенного на её основании. Найти площадь боковой поверхности пирамиды.
7. Основанием пирамиды служит равнобокая трапеция, у которой острый угол равен  $\alpha$ , а площадь равна  $S$ . Все боковые грани составляют с плоскостью основания один и тот же угол, равный  $\beta$ . Найти объем пирамиды.
8. Через сторону основания правильной треугольной пирамиды проведена плоскость под углом  $\varphi$  к основанию и перпендикулярно боковому ребру, противоположному этой стороне. Высота пирамиды равна  $H$ . Найти объем той части пирамиды, которая заключена между её основанием и проведённой плоскостью.
9. В треугольной усечённой пирамиде высота равна 10 см, стороны одного основания равны 27 м, 29 м и 52 м, а периметр другого основания равен 72 м. Определить объем усечённой пирамиды.

1. В основании наклонной призмы лежит правильный треугольник со стороной равной  $a$ . Одна из боковых граней призмы перпендикулярна плоскости основания и представляет собой ромб, диагональ которого равна  $b$ . Найти объём призмы.
2. Основанием прямой призмы служит равнобедренная трапеция  $ABCD$ ;  $AB=CD=13$  см,  $BC=11$  см,  $AD=21$  см. Площадь ее диагонального сечения равна  $180$  см<sup>2</sup>. Вычислить полную поверхность призмы.
3. Внутри правильной шестиугольной призмы, у которой боковые грани – квадраты, провести плоскость через сторону нижнего основания и противоположную ей сторону верхнего основания. Сторона основания равна  $a$ . Определить площадь сечения.
4. Диагональ прямоугольного параллелепипеда образует с меньшей боковой гранью угол  $\beta$ . Через большие стороны верхнего и нижнего оснований проведено сечение параллелепипеда, образующее с плоскостью основания угол  $\alpha$ . Зная, что периметр этого сечения равен  $P$ , найти объём параллелепипеда.
5. Объём пирамиды  $ABCD$  равен 1. На ребрах  $AD$ ,  $BD$ ,  $CD$  взяты точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  так, что  $3AK=KD$ ,  $BL=4LD$ ,  $5CM=2MD$ . Найдите объём многогранника  $ABCKLM$ .
6. Полная поверхность правильной четырехугольной пирамиды равна  $S$ . Угол наклона плоскости боковой грани к основанию равен  $\alpha$ . Определить объём пирамиды.
7. Основанием пирамиды служит прямоугольный треугольник с острым углом  $\alpha$  и с гипотенузой, равной  $b$ . Боковая грань, проходящая через гипотенузу, перпендикулярна к основанию, а две другие боковые грани наклонены к основанию под углом  $\alpha$ . Определить объём пирамиды.
8. В правильной четырехугольной пирамиде через сторону основания под углом  $\beta$  к плоскости основания проведена плоскость. Определить площадь полученного сечения, если апофема пирамиды равна  $L$ , а боковая грань наклонена к плоскости основания под углом  $\alpha$ .
9. В треугольной усеченной пирамиде через сторону верхнего основания проведена плоскость параллельно противоположному боковому ребру. В каком отношении разделится объём усеченной пирамиды, если соответственные стороны оснований относятся как  $1:2$ ?

1. Расстояние между любыми двумя боковыми ребрами наклонной треугольной призмы равно  $a$ . Боковое ребро, равное  $L$ , наклонено к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Определить полную поверхность призмы.
2. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 13 см, а диагонали его боковых граней равны  $4\sqrt{10}, 3\sqrt{17}$  см. Определить объем параллелепипеда.
3. В правильной треугольной призме сторона основания равна  $a$ , угол между пересекающимися диагоналями двух боковых граней равен  $\alpha$ . Найти высоту призмы.
4. Пусть  $K, L, M$  середины ребер  $AD, A_1B_1, CC_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1B_1C_1D_1$ , в котором  $AB=a, AA_1=b, AD=c$ . Найдите периметр треугольника  $KLM$ .
5. Объем пирамиды  $ABCD$  равен  $V$ . На ребрах  $AD, BD, CD$  взяты точки  $P, Q, R$  так, что  $3AP=2PD, 2BQ=3QD, CR=RD$ . Найти объем многогранника  $ABCPQR$ .
6. Найти объем треугольной пирамиды, пять ребер которой равны 2 см, а шестое равно  $\sqrt{6}$  см.
7. Основанием пирамиды является треугольник с углами  $\alpha$  и  $\beta$  и прилежащей стороной, равной  $a$ . Боковые грани пирамиды наклонены под углом  $\varphi$  к основанию. Определить объем пирамиды.
8. Высота правильной треугольной пирамиды равна  $H$ . Боковая грань составляет с плоскостью основания угол, равный  $\alpha$ . Через сторону основания и середину противоположного бокового ребра проведена плоскость. Найти площадь сечения, образованного этой плоскостью.
9. Высота правильной треугольной усеченной пирамиды равна  $2\sqrt{3}$  см и является средним пропорциональным между сторонами оснований. Боковое ребро составляет с основанием угол  $60^\circ$ . Найти объем пирамиды.