

1. Площадь основания цилиндра относится к площади осевого сечения, как  $\pi$ .  
Найти угол между диагоналями осевого сечения.
2. На поверхности шара даны три точки. Прямолинейные расстояния между ними: 6; 8 и 10 см. Радиус шара 13 см. Найти расстояние от центра шара до плоскости проходящей через эти три точки.
3. Высота конуса 4, радиус основания 3; боковая поверхность развернута на плоскость. Найти угол полученного ректора.
4. Треугольник с углом в  $60^\circ$ , заключенным между сторонами 8 см и 15 см, вращается вокруг большей из этих сторон. Определить объем и поверхность тела вращения.
5. В шар радиуса  $R$  вписан усеченный конус. Основания усеченного конуса отсекают от шара два сегмента с дугами в осевом сечении, соответственно равными  $\alpha$  и  $\beta$ . Найти площадь боковой поверхности усеченного конуса.
6. Два конуса имеют общую высоту; вершины их лежат на противоположных концах этой высоты. Образующая одного конуса равна  $L$  и составляет с высотой угол  $\alpha$ . Образующая другого конуса составляет с высотой угол  $\beta$ . Найти объем общей части обоих конусов.
7. Основание прямой призмы - прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8 см, боковое ребро 10 см. Вычислите площади осевых сечений вписанного в призму и описанного около призмы цилиндров.
8. В правильной треугольной усеченной пирамиде, высота равна 17 см, а радиусы окружностей, описанных около оснований равны 5 см и 12 см. Найти радиус описанного шара.
9. Через вершину правильной четырехугольной пирамиды под углом  $\varphi$  к плоскости основания проведена плоскость параллельно стороне основания. Найти площадь полученного сечения, если плоский угол при вершине пирамиды равен  $\alpha$ , а радиус вписанного в пирамиду шара равен  $r$ .
10. В конус, радиус основания которого равен  $R$  и образующая наклонена к плоскости основания под углом  $\alpha$ , вписана прямая треугольная призма, все ребра которой равны между собой и основание которой лежит в плоскости основания конуса. Найти объем призмы.

1. В цилиндре проведена параллельно оси плоскость, отсекающая от окружности основания дугу в  $120^\circ$ . Длина оси  $h=10$  см, ее расстояние от секущей плоскости  $a=2$  см. Определить площадь осевого сечения.
2. По стороне  $a$  правильного шестиугольника определить объем и поверхность тела, образуемого его вращением вокруг диаметра.
3. Определить боковую поверхность усеченного конуса, если его образующая составляет с плоскостью основания угол  $30^\circ$ , а площадь осевого сечения равна  $F$ .
4. Равнобедренный треугольник с основанием  $a$  и углом при основании  $\alpha$  вращается вокруг оси, содержащей основание. Найти объем тела вращения.
5. Около шара радиуса  $R$  описан конус, образующая которого наклонена к плоскости основания под углом  $\alpha$ . Найти объем и  $S_{\text{полн}}$  конуса.
6. В конус вписан полушар: большой круг полушара лежит в плоскости основания конуса, а шаровая поверхность касается поверхности конуса. Найти объем полушара, если образующая конуса равна  $L$ , и составляет с плоскостью основания угол  $\alpha$ .
7. В цилиндр вписан прямоугольный параллелепипед, диагональ которого образует с большей боковой гранью угол  $\beta$ . Найти объем цилиндра, если известно, что диагональ параллелепипеда составляет с плоскостью основания угол  $\alpha$  и сторона основания большей боковой грани равна  $a$ .
8. Высота правильной треугольной пирамиды равна  $h$ , а боковые ребра взаимно перпендикулярны. Вычислить радиус описанной сферы.
9. В правильную четырехугольную пирамиду вписан полушар так, что его плоская грань параллельна основанию пирамиды, а шаровая поверхность касается его. Найти полную поверхность пирамиды, если боковые грани ее образуют с основанием угол  $\alpha$  и радиус шара равен  $r$ .
10. В конус, у которого площадь боковой поверхности равна  $S$ , а угол наклона образующей к плоскости основания равен  $\varphi$ , вписана треугольная пирамида, имеющая основанием прямоугольный треугольник с острым углом  $\alpha$ . Найти объем пирамиды.

1. Полуцилиндрический свод подвала имеет  $6\text{ м}$  длины и  $5,8\text{ м}$  в диаметре. Определить полную поверхность подвала.
2. Диаметр шара  $25\text{ см}$ . На его поверхности дана точка  $A$  и окружность, все точки которой удалены (по прямой линии) от  $A$  на  $15\text{ см}$ . Найти радиус этой окружности.
3. Определить высоту усеченного конуса, если его боковая поверхность равновелика сумме оснований, а их радиусы равны  $R$  и  $r$ .
4. Равнобедренный треугольник с углом при вершине  $120^\circ$  и боковой стороной  $a$  вращается вокруг боковой стороны. Определить объем и поверхность тела вращения.
5. Найти объем конуса, зная радиус  $R$  шара, вписанного в конус, и угол  $\alpha$ , под которым из центра шара видна образующая конуса.
6. В цилиндр помещен конус так, что основание конуса совпадает с нижним основанием цилиндра, а вершина конуса совпадает с центром верхнего основания цилиндра. Образующая конуса наклонена к плоскости основания под углом  $\alpha$ . Найдите объем цилиндра, если площадь полной поверхности конуса  $S$ .
7. Одна из граней треугольной призмы, вписанной в цилиндр, проходит через ось цилиндра. Диагональ этой грани составляет с прилежащими к ней сторонами основания призмы углы, соответственно равные  $\alpha$  и  $\beta$ . Найти объем призмы, если высота цилиндра равна  $H$ .
8. Радиус шара, описанного около правильной треугольной пирамиды, равен апофеме пирамиды. Найти угол между апофемой и плоскостью основания пирамиды.
9. Около шара описана правильная четырехугольная усеченная пирамида, у которой стороны оснований относятся, как  $m:n$ . Определить отношение объемов пирамиды и шара.
10. В конус, радиус основания которого равен  $R$  и образующие наклонены к основанию под углом  $\alpha/2$ , вписана прямая треугольная призма так, что ее нижнее основание лежит на основании конуса, а вершины верхнего - на боковой поверхности конуса. Определить боковую поверхность призмы, если в основании призмы лежит прямоугольный треугольник с острым углом  $\alpha$ , а высота призмы равна радиусу сечения конуса плоскостью, проходящей через верхнее основание призмы.

1. Боковая поверхность цилиндра равна  $S$ , а длина окружности основания  $C$ . Найти объем цилиндра.
2. По стороне  $a$  правильного шестиугольника определить объем и поверхность тела, образуемого его вращением вокруг апофемы.
3. Высота конуса  $20$ , радиус его основания  $25$ . Найти площадь сечения, проведенного через вершину, если его расстояние от центра основания конуса равно  $12$ .
4. Равнобедренная трапеция с параллельными сторонами в  $7\text{ см}$  и  $17\text{ см}$  и площадью  $144\text{ см}^2$  вращается вокруг средней высоты. Определить объем полученного тела.
5. В конус вписан шар, площадь большого круга которого равна  $S$ . Найти полную поверхность конуса, если известно, что угол его осевого сечения равен  $\alpha$ .
6. Даны два шара с центрами  $O_1$  и  $O_2$ , касающиеся извне, и описанный около них конус. Вычислить боковую поверхность усеченного конуса, основаниями которого служат окружности прикосновения шаров к поверхности конуса, если радиусы шаров равны  $R_1$  и  $R_2$ .
7. Основанием прямой призмы служит ромб с острым углом  $\alpha$  и меньшей диагональю  $d$ . Плоскость, проходящая через эту диагональ и вершину второго основания призмы, наклонена к плоскости основания под углом  $\beta$ . Найти объем цилиндра, вписанного в призму.
8. Около правильной четырехугольной пирамиды описан шар. Боковые грани пирамиды наклонены к плоскости основания под углом  $\beta$ . Найти объем пирамиды, если центр шара удален от ее основания на расстояние  $b$ .
9. Основанием пирамиды служит ромб со стороной  $a$  и острым углом  $\alpha$ . Двугранные углы при основании пирамиды равны между собой и равны  $\varphi$ . Найти радиус шара, вписанного в эту пирамиду.
10. Угол между высотой и образующей конуса равен  $\alpha$ . В конус вписана правильная треугольная призма: нижнее основание призмы лежит в плоскости основания конуса, боковые грани призмы - квадраты. Найти отношение боковой поверхности призмы к боковой поверхности конуса.

1. Боковая поверхность цилиндра разворачивается в квадрат со стороной  $a$ . Найти объем цилиндра.
2. Стороны треугольника:  $13$ ,  $14$  и  $15$  см. Найти расстояние от плоскости треугольника до центра шара, касательного к сторонам треугольника. Радиус шара  $5$  см.
3. В усеченном конусе определить площадь осевого сечения, если даны площади оснований  $Q$  и  $q$  площадь боковой поверхности  $S$ ?
4. Треугольник  $ABC$  вращается вокруг стороны  $BC=a$ ,  $Q$  - площадь треугольника  $ABC$ . Определить объем полученного тела вращения.
5. В конус вписан шар. Найти объем шара, если образующая конуса равна  $L$  и наклонена к плоскости основания под углом  $\alpha$ .
6. Два конуса имеют концентрические основания и общую высоту  $H$ . Разность углов, которые составляют образующие с осью, равна  $\beta$ . Угол наклона образующей внутреннего конуса к плоскости основания равен  $\alpha$ . Найти объем части пространства, заключенного между поверхностями конусов.
7. Ребро куба равно  $a$ ; диагональ куба служит осью цилиндрической поверхности, касающейся диагонали грани куба. Найдите радиус цилиндрической поверхности.
8. В шар радиуса  $R$  вписана правильная шестиугольная усеченная пирамида, у которой плоскость нижнего основания проходит через центр шара, а боковое ребро составляет с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Определить объем пирамиды.
9. Найти радиус вписанного в треугольную пирамиду шара, если все ее углы при вершине прямые, а длины боковых ребер равны  $a$ ,  $b$  и  $c$ .
10. Боковые грани правильной четырехугольной пирамиды наклонены к основанию под углом  $\alpha$ . Апофема пирамиды равна  $m$ . Найти полную поверхность конуса, вписанного в пирамиду, а также угол наклона бокового ребра к основанию.

1. Высота цилиндра равна  $H$ , и в развертке боковой поверхности его образующая составляет с диагональю угол  $60^\circ$ . Определить объем цилиндра.
2. Прямоугольник, длины сторон которого  $3\text{ см}$  и  $10\text{ см}$ , вращается вокруг большей стороны. Найти объем получившейся фигуры.
3. Боковой поверхностью конуса служит свернутая четверть круга. Определить полную поверхность этого конуса, если площадь его осевого сечения равна  $M$ .
4. Длина меньшей стороны параллелограмма равна  $a$ , острый угол параллелограмма равен  $\alpha$ , угол между меньшей диагональю и большей стороной равен  $\beta$ . Найдите объем тела, полученного при вращении параллелограмма вокруг его большей стороны.
5. В усеченный конус вписан шар радиуса  $r$ . Образующая конуса наклонена к плоскости основания под углом  $\alpha$ . Найти объем конуса.
6. Сумма объемов четырех одинаковых шаров равна половине объема пятого шара, а сумма площадей поверхностей первых четырех шаров на  $10\text{ м}^2$  больше половины площади поверхности пятого шара. Найти радиус пятого шара.
7. В цилиндр, образующая которого равна  $l$ , вписана пирамида, так, что ее основание, являющееся правильным треугольником, вписано в основание цилиндра, а вершина находится на другом основании цилиндра. Зная, что две боковые грани пирамиды перпендикулярны к основанию, а третья образует с основанием двугранный угол  $\alpha$ , найти площадь боковой поверхности пирамиды.
8. В правильной шестиугольной усеченной пирамиде стороны оснований равны  $3\text{ см}$  и  $4\text{ см}$ , высота равна  $7\text{ см}$ . Найти радиус описанного шара.
9. Найти площадь поверхности шара, вписанного в пирамиду, в основании которой лежит треугольник со сторонами  $13\text{ см}$ ,  $14\text{ см}$  и  $15\text{ см}$ , если вершина пирамиды удалена от каждой стороны основания на  $5\text{ см}$ .
10. В конус, образующая которого по длине равна  $L$  и наклонена к основанию под углом  $\alpha$ , вписана пирамида, в основании которой прямоугольник с острым углом  $2\alpha$  между диагоналями. Найти расстояние от основания высоты до боковой грани, проходящей через меньшую сторону основания.

1. Прямоугольный лист жести, имеющий  $1,6$  м длины и  $0,8$  м ширины, можно согнуть в трубку, двумя способами; в одном случае длина трубки будет  $1,6$  м, во втором  $0,8$  м. Найти отношение объемов трубок и их поверхностей.
2. Диагонали ромба  $15$  и  $20$  см. Шаровая поверхность касается всех его сторон. Радиус шара  $10$  см. Найти расстояние от центра шара до плоскости ромба.
3. Радиус сектора равен  $3$  м; его угол  $120^\circ$ . Сектор свернут в коническую поверхность. Найти радиус основания конуса.
4. Полуокружность с диаметром  $AB$  делится точкой  $M$  в отношении  $1:2$ . Определить объем и поверхность тела, образуемого вращением треугольника  $ABM$  вокруг оси  $AB$ , если меньшая сторона треугольника равна  $a$ .
5. Около шара описан усеченный конус, у которого образующая наклонена к основанию под углом  $\alpha$ . Найти полную поверхность этого усеченного конуса, если радиус шара равен  $r$ .
6. В конус вписан цилиндр, высота которого равна диаметру основания конуса. Площадь полной поверхности цилиндра равна площади основания конуса. Найти величину угла между образующей конуса и плоскостью основания.
7. В цилиндр вписан прямоугольный параллелепипед, большая сторона основания которого равна  $a$ . Диагональ параллелепипеда составляет с его большей боковой гранью угол  $\beta$  а с плоскостью основания угол  $\alpha$ . Найти площадь боковой поверхности цилиндра.
8. Найти отношение объема правильной  $n$ -угольной пирамиды к объему описанного шара, если угол между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды равен  $\alpha$ .
9. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна  $a$ , двугранный угол при основании  $\alpha$ , эта пирамида пересечена плоскостью, проведенной через центр вписанного шара параллельно основанию. Определить площадь сечения.
10. Радиус основания конуса равен  $r$ , а образующая наклонена к плоскости основания под углом  $\varphi$ . Около этого конуса описана пирамида, имеющая в основании прямоугольный треугольник с острым углом  $\alpha$ . Найти объем и боковую поверхность пирамиды.

1. Определите площадь полной поверхности цилиндра, осевое сечение которого есть квадрат и боковая поверхность равна  $S$ .
2. Квадрат со стороной  $a$  вращается вокруг внешней оси, которая параллельна его стороне и отстоит от нее на длину стороны. Определить объем и поверхность полученного тела.
3. Радиусы оснований усеченного конуса и его образующая относятся, как  $1:4:5$ , высота равна  $8$  см. Найти площадь боковой поверхности конуса.
4. Прямоугольный треугольник с площадью  $S$  и острым углом  $\alpha$  вращается вокруг оси, содержащей гипотенузу. Найти объем тела вращения.
5. В шар вписан конус, образующая которого наклонена к плоскости основания под углом  $\alpha$ . Найти площадь поверхности шара, если высота конуса равна  $H$ .
6. Высота конуса и его образующая соответственно равны  $4$  см и  $5$  см. Найти объем вписанного в конус полушара, основание которого лежит на основании конуса.
7. В правильную четырехугольную пирамиду вписан цилиндр с радиусом основания  $r$ . Высота цилиндра в два раза меньше высоты пирамиды. Плоский угол при вершине пирамиды равен  $a$ . Найти объем пирамиды.
8. Основанием пирамиды служит прямоугольник, диагонали которого составляют угол  $\varphi$ , а боковые ребра пирамиды образуют угол  $\alpha$  с плоскостью основания. Радиус описанного шара равен  $R$ . Определить объем пирамиды, зная, что  $a > 45^\circ$ .
9. В тетраэдр, у которого ребро равно  $a$ , вписан шар так, что он касается всех ребер тетраэдра. Найти радиус этого шара и объем части шара, расположенной вне тетраэдра.
10. Угол между образующей конуса и плоскостью основания равен  $30^\circ$ . Боковая поверхность конуса  $3\pi\sqrt{3}$ . Найти объем правильной шестиугольной пирамиды, вписанной в этот конус.

1. Радиус основания цилиндра  $26\text{ см}$ , длина образующей  $48\text{ см}$ . На каком расстоянии от оси цилиндра следует провести сечение, параллельное оси цилиндра, чтобы оно имело форму квадрата?
2. На шар, радиус которого  $5\text{ дм}$ , наложен ромб так, что каждая сторона его, равная  $6\text{ дм}$ , касается шара. Расстояние от плоскости ромба до центра шара  $4\text{ дм}$ . Найти площадь ромба.
3. Как относятся между собой площадь основания, боковая поверхность и полная поверхность в равностороннем конусе?
4. Дан треугольник  $ABC$ , причем  $BC=a$ ,  $\angle ABC=a$ ;  $\angle ACB=90^\circ+\alpha$ . Определить объем тела, полученного вращением этого треугольника вокруг его высоты, опущенной из вершины  $A$ .
5. Определить угол между высотой и образующей конуса, если объем конуса в  $4/3$  раза больше объема полушара, вписанного в конус так, что плоская грань полушара лежит в основании конуса, а полушаровая поверхность касается боковой поверхности конуса.
6. На столе, касаясь друг друга, лежат четыре шара одинакового радиуса  $r$ . Сверху в ямку, образованную ими, положен пятый шар того же радиуса. Найти расстояние от верхней точки пятого шара до плоскости стола.
7. Две противоположные вершины куба совпадают с центрами оснований цилиндра, а остальные лежат на боковой поверхности цилиндра. Найдите отношение объемов цилиндра и куба.
8. Основанием пирамиды служит прямоугольник, у которого угол между диагоналями равен  $\alpha$ . Около этой пирамиды описан шар радиуса  $R$ . Найти объем пирамиды, зная, что все ее боковые ребра образуют с основанием один и тот же угол  $\beta$ ?
9. Центр шара, вписанного в правильную четырехугольную пирамиду, делит высоту пирамиды в отношении  $m:n$ , считая от вершины пирамиды. Найти угол между двумя смежными боковыми гранями.
10. В конус помещена пирамида: основание пирамиды вписано в основание конуса, а вершина пирамиды лежит на одной из образующих конуса. Все боковые грани пирамиды одинаково наклонены к плоскости основания. Основанием пирамиды служит равнобедренный треугольник с углом при вершине  $\alpha$  ( $\alpha \geq \pi/3$ ). Найти отношение объема конуса к объему пирамиды.

1. В цилиндре параллельно его оси на расстояние  $a$  от нее проведена плоскость, которая отсекает от окружности основания дугу в  $\alpha$  радиан. Площадь сечения равна  $S$ . Определить объем цилиндра.
2. Прямоугольный треугольник, в котором один из катетов равен  $a$ , а противолежащий этому катету угол равен  $\alpha$ , вращается вокруг прямой, проходящей через вершину угла  $\alpha$  и параллельной указанному катету. Найти объем тела вращения.
3. По высоте  $H$  равностороннего конуса определить его полную поверхность.
4. Основание треугольника  $b$ , высота его  $H$ . Найти объем тела, полученного при вращении его вокруг основания.
5. В усеченный конус вписан шар радиуса  $r$ , образующая конуса наклонена к основанию под углом  $\alpha$ . Найти боковую поверхность усеченного конуса.
6. Три шара касаются попарно между собой плоскости основания конуса и боковой поверхности конуса. Центры шаров находятся вне конуса. Найти угол в осевом сечении конуса, если известно, что точка касания каждого шара с поверхностью конуса делит соответствующую образующую пополам.
7. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно  $a$  и составляет с плоскостью основания угол  $\alpha$ . В эту пирамиду вписан цилиндр с квадратным осевым сечением (основание цилиндра лежит в плоскости основания пирамиды). Найти объем цилиндра.
8. Вершина пирамиды, в основании которой лежит прямоугольник, проектируется в точку пересечения его диагоналей. Одно из ребер пирамиды имеет длину  $L$  и образует с плоскостью основания угол  $\varphi$ . Найти радиус шара, описанного около пирамиды.
9. Основанием пирамиды служит равнобедренный треугольник, равные стороны которого имеют длину  $b$  соответствующие им боковые грани перпендикулярны к плоскости основания и образуют между собой угол  $a$ . Угол между третьей боковой гранью и плоскостью основания также равен  $a$ . Найти радиус шара, вписанного в эту пирамиду.
10. В конус вписана правильная  $n$ -угольная пирамида, плоский угол при вершине которой равен  $\alpha$ . Найти площадь боковой поверхности конуса, если радиус его основания равен  $r$ .

1. Плоскость, проведенная параллельно оси цилиндра, делит окружность основания в отношении  $m:n$ . Площадь сечения равна  $S$ . Найдите боковую поверхность цилиндра.
2. Через точку, лежащую на поверхности шара, проведены две взаимно перпендикулярные плоскости, которые пересекают шар по кругам радиусов  $r_1$  и  $r_2$ . Найти радиус шара.
3. Высота конуса равна диаметру его основания. Найти отношение площади его основания к боковой поверхности.
4. Треугольник со сторонами  $10$  см,  $17$  см и  $21$  см вращается вокруг большей стороны. Определить объем и поверхность полученного тела.
5. На высоте конуса  $H$ , как на диаметре, описан шар. Определить объем части шара, лежащей вне конуса, если угол между образующей и высотой равен  $\alpha$ .
6. Внутри конуса находятся четыре шара равного радиуса. Три шара касаются его основания, каждый шар касается боковой поверхности конуса, кроме того, каждый шар касается трех других. Найти угол при вершине осевого сечения конуса.
7. В основании прямой призмы лежит равнобедренный треугольник с углом  $\alpha$  при вершине. Найти отношение объема цилиндра, вписанного в эту призму, к объему цилиндра, описанного около нее.
8. В шар радиуса  $R$  вписана правильная четырехугольная пирамида. Определить объем этой пирамиды, если радиус окружности, описанной около ее основания равен  $r$ .
9. Радиус шара, вписанного в правильную треугольную пирамиду, в четыре раза меньше стороны основания. Найти косинус плоского угла при вершине пирамиды.
10. Основанием пирамиды служит прямоугольный треугольник, вписанный в основание конуса. Вершина пирамиды совпадает с вершиной конуса. Боковые грани пирамиды, содержащие катеты основания составляют с плоскостью основания углы, соответственно равные  $\alpha$  и  $\beta$ . Найти отношение объема пирамиды к объему конуса.

1. Боковая поверхность цилиндра, будучи развернута на плоскость, представляет собой прямоугольник, в котором диагональ равна  $d$  и составляет угол  $\alpha$  с основанием. Найти объем цилиндра.
2. Найдите отношение объема тела, полученного при вращении прямоугольника вокруг большей стороны, к объему тела, полученного при вращении этого прямоугольника вокруг меньшей стороны, если известно, что в этом прямоугольнике меньший угол между диагоналями равен  $\alpha$ .
3. Боковая поверхность усеченного конуса равна  $S$ , а радиусы оснований  $R$  и  $r$ . Определить боковую поверхность полного конуса.
4. Найдите отношение площади поверхности, полученной при вращении ромба вокруг большей диагонали, к площади поверхности, полученной при вращении этого ромба вокруг меньшей диагонали, если известно, что меньший угол между сторонами ромба равен  $\alpha$ .
5. В конус, осевое сечение которого есть равносторонний треугольник, вписан шар. Найти объем конуса, если объем шара равен  $32\pi/3 \text{ см}^3$ .
6. Два конуса имеют общую высоту  $H$  и параллельно расположенные основания. Образующие одного конуса наклонены к плоскости основания под углом  $\alpha$ , а другого под углом  $\beta$ . Найти длину линии, по которой пересекаются их боковые поверхности.
7. В правильной треугольной призме боковое ребро равно  $a$ ; отрезок, соединяющий середину бокового ребра с центром основания, составляет с плоскостью основания угол  $\alpha$ . Вычислить площадь боковой поверхности вписанного в призму цилиндра.
8. В шар радиуса  $R$  вписана пирамида, основанием которой служит прямоугольник с углом  $\alpha$  между диагоналями. Боковые ребра наклонены к плоскости основания под углом  $\varphi$ . Найти объем пирамиды.
9. Основанием пирамиды служит ромб с острым углом  $\alpha$ . Все боковые грани составляют с плоскостью основания угол  $\beta$ . Найти радиус шара, вписанного в пирамиду, если объем пирамиды равен  $V$ .
10. Расстояние от вершины основания правильной треугольной пирамиды до противоположной боковой грани равно  $L$ . Угол между боковой гранью и плоскостью основания пирамиды равен  $\alpha$ . Найти полную поверхность конуса, вписанного в эту пирамиду.

1. Плоскость, проходящая через центр нижнего основания цилиндра под углом  $\alpha$  к основанию, пересекает верхнее основание по хорде  $b$ , стягивающей дугу  $\beta$ . Найти объем и площадь боковой поверхности цилиндра.
2. Радиус шара  $7$  см. На его поверхности даны две равные окружности, пересекающиеся по хорде, равной  $2$  см. Найти радиусы этих окружностей, зная, что их плоскости перпендикулярны.
3. Наибольший угол между образующими конуса равен  $60^\circ$ . Найти отношение боковой поверхности к площади основания конуса.
4. Вычислить поверхность тела, полученного при вращении ромба с площадью  $Q$  вокруг одной из его сторон.
5. В шар радиуса  $R$  вписан конус, образующая которого составляет с высотой угол  $\alpha$ . Найти объем конуса.
6. В цилиндр вписан конус так, что основание конуса совпадает с нижним основанием цилиндра, а вершина конуса совпадает с центром верхнего основания конуса. Угол между образующими конуса и цилиндра, проведенными из одной точки, равен  $\alpha$ . Найти объем конуса, если площадь боковой поверхности цилиндра равна  $S$ .
7. Основанием пирамиды служит равнобедренный треугольник с углом между боковыми сторонами, равным  $\alpha$ . Пирамида помещена в некоторый цилиндр так, что ее основание оказалось вписанным в основание этого цилиндра, а вершина совпала с серединой одной из образующих цилиндра. Объем цилиндра равен  $V$ . Найти объем пирамиды.
8. В шар радиуса  $R$  вписана правильная усеченная четырехугольная пирамида, у которой большее основание проходит через центр шара, а боковое ребро составляет с плоскостью основания угол  $\beta$ . Найти объем усеченной пирамиды.
9. В правильную четырехугольную пирамиду вписан шар. Расстояние от центра шара до вершины пирамиды равно  $a$ , а угол между боковой гранью и плоскостью основания равен  $\alpha$ . Найти полную поверхность пирамиды.
10. Основанием пирамиды служит равнобедренный остроугольный треугольник, у которого боковая сторона равна  $a$ , а угол между боковыми сторонами равен  $\alpha$ . Боковая грань пирамиды, проходящая через сторону основания, противоположащую данному углу  $\alpha$ , составляет с плоскостью основания угол, равный  $\beta$ . Найти объем конуса, описанного около этой пирамиды, если все ее боковые ребра равны между собой.

1. Какая должна быть зависимость между высотой и радиусом основания, чтобы полная поверхность цилиндра была равновелика кругу, описанному около его осевого сечения?
2. Прямоугольный треугольник с катетами  $5\text{ см}$  и  $12\text{ см}$  вращается вокруг внешней оси, которая параллельна большому катету и отстоит от него на  $3\text{ см}$ . Определить объем и поверхность тела вращения.
3. Выразить объем конуса через его боковую поверхность  $S$  и расстояние  $r$  от центра основания до образующей.
4. Равнобедренный треугольник, угол при вершине которого равен  $\beta$ , а боковая сторона равна  $b$ , вращается вокруг оси, содержащей боковую сторону. Найти объем тела вращения.
5. В конус вписан шар. Отношение их объемов равно  $n$ . Найти угол наклона образующей к основанию (вычислить при  $n=4$ ).
6. Радиус основания и высота конуса равны  $1$ . Внутри конуса находятся три шара равного радиуса. Каждый шар касается двух других, основания конуса и боковой поверхности конуса. Найти радиусы этих шаров.
7. В прямую призму, основанием которой служит равнобокая трапеция  $ABCD$ , вписан цилиндр. Определить объем цилиндра, если его высота равна большему основанию трапеции  $AD$ ,  $AB=a$ ,  $\angle BAD=\alpha$ .
8. В правильной пирамиде боковое ребро, равное  $b$ , составляет с основанием угол  $\alpha$ . Вычислить радиус описанного шара.
9. Определить объем шара, вписанного в правильную пирамиду у которой высота равна  $h$ , а двугранный угол при основании равен  $60^\circ$ .
10. В конус, образующая которого наклонена к плоскости основания под углом  $\alpha$ , вписана пирамида. Основанием пирамиды служит прямоугольный треугольник с катетами  $a$  и  $b$ . Найти  $V$  пирамиды.

1. Какой высоты должен быть цилиндр, чтобы его боковая поверхность была в три раза больше площади основания?
2. Правильный шестиугольник со стороной  $a$  вращается вокруг внешней оси, которая параллельна стороне и отстоит от нее на длину апофемы. Определить объем и поверхность полученного тела.
3. Полукруг свернут в коническую поверхность. Найти угол между образующей и высотой конуса.
4. Площадь прямоугольной трапеции  $ABCD$  равна  $S$ , длина высоты  $AB$  равна  $h$ , величина острого угла  $\angle ADC$  равна  $\alpha$ . Найдите объем тела, полученного вращением четырехугольника  $ABED$  вокруг прямой  $AB$ , если точка  $E$  – середина отрезка  $CD$ .
5. В шар радиуса  $R$  вписан конус, образующая которого составляет с высотой угол  $\alpha$ . Найти  $V$  конуса.
6. В цилиндр вписан конус так, что основание конуса совпадает с нижним основанием цилиндра, а вершина конуса совпадает с центром верхнего основания цилиндра. Угол между образующими конуса и цилиндра, проведенными из одной точки, равен  $\alpha$ . Найти объем конуса, если площадь боковой поверхности цилиндра равна  $S$ .
7. В цилиндр, образующая которого равна  $l$ , вписана треугольная пирамида так, что одно ее из боковых ребер совпадает с образующей, а два других боковых ребра образуют между собой угол  $\beta$ , и каждое из них наклонено к плоскости основания под углом  $\alpha$ . Найти площадь боковой поверхности пирамиды.
8. Боковые ребра и две стороны основания треугольной пирамиды имеют одну и ту же длину  $a$ , а угол между равными сторонами основания равен  $\alpha$ . Найти радиус описанного шара.
9. В правильную четырехугольную пирамиду вписан шар. Определить поверхность шара, если известно, что сторона основания равна  $a$  и плоский угол при вершине пирамиды равен  $\alpha$ .
10. Радиус основания конуса равен  $r$ , а образующая наклонена к плоскости основания под углом  $\varphi$ . Около этого конуса описана пирамида, имеющая в основании прямоугольный треугольник с острым углом  $2\varphi$ . Найти объем пирамиды.