

11 класс. Типовой расчет по теме «Круглые тела». Вариант №1

1. Диагональ осевого сечения цилиндра равна a . Найти объем цилиндра, если известно, что его осевое сечение является квадратом.
2. В прямоугольной трапеции основания равны a и b ($a > b$). Найдите отношение объемов фигур, образованных вращением трапеции вокруг оснований.
3. Определить боковую поверхность усеченного конуса, если его образующая составляет с плоскостью основания угол в 60° , а площади оснований Q и q .
4. В треугольнике даны сторона a , угол B и угол C . Определить объем тела, полученного от вращения треугольника около данной стороны.
5. В конус вписан шар. Отношение объема конуса к объему вписанного шара равно $9/4$. Найти угол между образующей и плоскостью основания конуса.
6. На основаниях цилиндра с квадратным осевым сечением построены два конуса с вершинами в середине оси (цилиндра). Найти сумму полных поверхностей и сумму объемов конусов, если высота цилиндра равна $2a$.
7. Найти объем конуса, вписанного в правильную треугольную пирамиду с боковым ребром l и плоским углом при вершине α .
8. Плоский угол при вершине правильной треугольной пирамиды – прямой, сторона основания равна a . Найти радиус описанного шара.
9. Боковая поверхность конуса разворачивается в сектор с центральным углом 216° и радиусом 15 см. На каком расстоянии от вершины конуса нужно провести сечение параллельное основанию, чтобы в полученный усеченный конус можно вписать шар?
10. Найти площадь боковой поверхности конуса, вписанного в правильную треугольную пирамиду, если длина бокового ребра пирамиды равна l и боковая грань пирамиды образует с плоскостью основания угол α .

11 класс. Типовой расчет по теме «Круглые тела». Вариант №2

1. Плоскость, проходящая через центр нижнего основания цилиндра под углом 45° к плоскости основания, пересекает верхнее основание по хорде длиной b , стягивающей дугу в 60° . Найти объем цилиндра.
2. Шар, радиус которого равен 41 дм, пересечен плоскостью на расстоянии 9 дм от центра. Определить площадь сечения.
3. Радиус основания конуса равен R , а угол при вершине в развертке его боковой поверхности равен 90° . Определить объем конуса.
4. Ромб со стороной a и острым углом α вращается вокруг оси, проходящей через вершину острого угла перпендикулярно его стороне. Вычислить объем тела вращения.
5. В конус, образующая которого наклонена к плоскости основания под углом α и площадь основания которого равна S , вписан шар. Найти объем конуса, отсекаемого от данного плоскостью круга, по окружности которого поверхность шара касается боковой поверхности конуса.
6. В конус вписан цилиндр: нижнее основание цилиндра лежит в плоскости основания конуса. Прямая, соединяющая центр верхнего основания цилиндра и точку на окружности основания конуса, составляет с плоскостью основания угол α . Найти отношение объема конуса к объему цилиндра, если угол между образующей и высотой конуса равен β .
7. В цилиндр вписан прямоугольный параллелепипед, диагональ которого равна d и образует с меньшей боковой гранью угол β . Найти объем цилиндра, если известно, что диагональ основания параллелепипеда составляет с большей стороной основания угол α .
8. Около шара описана прямая призма, основанием которой служит ромб с острым углом α . Найти угол между большей диагональю призмы и плоскостью ее основания.
9. В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно l , плоский угол при вершине равен α . Найти радиус шара, вписанного в пирамиду.
10. Боковые грани правильной четырехугольной пирамиды наклонены к основанию под углом α . Апофема пирамиды равна m . Найти полную поверхность конуса, вписанного в пирамиду, а также угол наклона бокового ребра к основанию.

11 класс. Типовой расчет по теме «Круглые тела». Вариант №3

1. Развертка боковой поверхности цилиндра представляет собой прямоугольник, в котором диагональ равна a и составляет угол α с основанием. Найти объем цилиндра.
2. Диагональ прямоугольника составляет с одной из сторон угол α . Вычислить отношение объемов цилиндров, образованных вращением прямоугольника около каждой из смежных сторон.
3. Какая должна быть зависимость между образующей конуса и радиусом основания, чтобы его полная поверхность была равновелика кругу, за радиус которого принята высота конуса?
4. Равносторонний треугольник вращается вокруг своей стороны a . Найти поверхность и объем тела вращения.
5. В конус, поставленный основанием вверх и представляющий в осевом сечении равносторонний треугольник, налита вода и положен шар радиуса r . Тогда оказалось, что уровень воды касается шара. Найти высоту воды в конусе после того, как шар будет из него вынут.
6. В прямой конус, осевым сечением которого является прямоугольный треугольник, вписан цилиндр (нижнее основание цилиндра лежит в плоскости основания конуса). Отношение площади боковой поверхности конуса к площади боковой поверхности цилиндра равно $4\sqrt{2}$. Найдите величину угла между плоскостью основания конуса и прямой, проходящей через центр верхнего основания цилиндра и произвольную точку окружности основания конуса.
7. В основании прямой призмы лежит равнобедренный треугольник с углом α при вершине. Найти отношение объема цилиндра, вписанного в эту призму, к объему цилиндра, описанного около нее.
8. Отношение стороны основания правильной n -угольной пирамиды к радиусу описанного шара равно k . Найти угол между боковым ребром и плоскостью основания и допустимые значения k .
9. У правильной треугольной пирамиды боковые ребра наклонены к плоскости основания под углом α . Найти объем пирамиды, если вписанный в пирамиду шар имеет радиус, равный r .
10. В конус вписана правильная четырехугольная пирамида, высота которой равна H , а плоский угол при вершине равен α . Найти полную поверхность конуса.

11 класс. Типовой расчет по теме «Круглые тела». Вариант №4

1. Цилиндр пересечен плоскостью, параллельной оси и отсекающей на окружности основания дугу α . Диагональ сечения равна d и составляет с плоскостью основания угол β . Найти объем цилиндра.
2. Через середину радиуса шара проведена перпендикулярная к нему плоскость. Как относится площадь полученного сечения к площади большого круга?
3. Радиусы оснований усеченного конуса равны R и r . Образующая наклонена к основанию под углом 60° . Найти боковую поверхность.
4. Прямоугольный треугольник с площадью S и острым углом α вращается вокруг оси, проведенной через вершину прямого угла параллельно гипотенузе. Найти объем тела вращения.
5. В шар радиуса R вписан конус, образующая которого наклонена к плоскости основания под углом α . Найти высоту конуса.
6. В шар радиуса R вписан конус, в этот конус вписан цилиндр с квадратным осевым сечением. Найдите полную поверхность цилиндра, если угол между образующей конуса и плоскостью основания равен α .
7. В правильной треугольной призме боковое ребро равно a . Отрезок, соединяющий середину бокового ребра с центром основания, составляет с плоскостью основания угол α . Вычислите площадь осевого сечения, вписанного в призму цилиндра.
8. Основанием пирамиды служит прямоугольник, у которого угол между диагоналями равен α . Одно из боковых ребер перпендикулярно плоскости основания, а наибольшее из боковых ребер составляет с плоскостью основания угол β . Радиус шара, описанного около пирамиды, равен R . Найти объем пирамиды.
9. Центр шара, вписанного в правильную пирамиду, делит высоту пирамиды в отношении 1:2. Найти двугранный угол при основании пирамиды.
10. Около правильной шестиугольной пирамиды описан конус. Найти его объем, если ребро пирамиды равно l и плоский угол между двумя соседними боковыми ребрами равен α .

1. Цилиндр можно образовать вращением прямоугольника вокруг одной из его сторон. Выразить объем цилиндра через площадь S этого прямоугольника и длину C окружности, описанной точкой пересечения его диагоналей.
2. По стороне a правильного шестиугольника определить поверхность и объем тела, образуемого его вращением вокруг стороны.
3. Боковая поверхность конуса вдвое больше площади основания. Площадь его осевого сечения равна Q . Найти объем конуса.
4. Треугольник со сторонами 6 см , 25 см и 29 см вращается вокруг меньшей стороны. Определить объем и поверхность полученного тела.
5. В конус вписан шар радиуса r . Найти объем конуса, если известно, что плоскость, касающаяся шара и перпендикулярная к одной из образующих конуса, отстоит от вершины конуса на расстоянии d .
6. В конус вписан цилиндр, высота которого равна радиусу основания конуса. Найти величину угла между осью конуса и его образующей, зная, что площадь полной поверхности цилиндра относится к площади основания конуса как $3:2$.
7. В цилиндр вписан прямоугольный параллелепипед, диагональ которого составляет с прилежащими к ней сторонами основания углы, соответственно равные α и β . Найти отношение объема параллелепипеда к объему цилиндра.
8. В правильной треугольной пирамиде даны плоский угол при вершине a и радиус описанного шара R . Найти длину бокового ребра пирамиды.
9. Радиус шара, вписанного в правильную четырехугольную пирамиду равен r . Двугранный угол, образованный двумя соседними боковыми гранями этой пирамиды, равен α . Найти объем пирамиды, имеющей вершину в центре шара, а вершины основания - в четырех точках касания шара с боковыми гранями данной пирамиды.
10. В конус вписана правильная четырехугольная пирамида, боковое ребро которой наклонено к основанию под углом a . Найти объем конуса, если сторона основания пирамиды имеет длину a .

11 класс. Типовой расчет по теме «Круглые тела». Вариант №6

1. В цилиндре площадь сечения, перпендикулярного образующей, равна M , а площадь осевого сечения равна N . Определить объем и поверхность этого цилиндра.
2. Радиус шара равен 63 см. Точка находится на касательной плоскости на расстоянии 16 см от точки касания. Найти ее кратчайшее расстояние от поверхности шара.
3. В усеченном конусе высота $h = 63$ дм, образующая $L = 65$ дм и боковая поверхность $S = 26\pi$ м². Определить радиусы оснований.
4. Площадь треугольника ABC равна S , сторона $AC = b$ и $\angle CAB = \alpha$. Найти объем тела, полученного при вращении треугольника ABC около стороны AB .
5. Конус с высотой H и углом между образующей и высотой, равным α , надо рассечь сферической поверхностью с центром в вершине конуса так, чтобы объем конуса оказался разделенным пополам. Найти радиус этой сферы.
6. Два конуса имеют общее основание, причем один из них находится внутри другого. Образующие этих конусов составляют с плоскостью основания углы α и β ($\alpha > \beta$). Найти объем тела, заключенного между боковыми поверхностями этих конусов, если известно, что сумма высот обоих конусов равна m .
7. Найти объем цилиндра, вписанного в правильную шестиугольную призму, у которой каждое ребро равно a .
8. Две грани треугольной пирамиды - равные между собой прямоугольные треугольники с общим катетом, равным L . Угол между этими гранями равен α . Две другие грани пирамиды образуют двугранный угол β . Найти радиус шара, описанного около пирамиды.
9. Шар радиуса R вписан в пирамиду, в основании которой лежит ромб с острым углом α . Боковые грани пирамиды наклонены к плоскости основания под углом φ . Найти объем пирамиды.
10. Радиус основания конуса равен R , а угол при вершине осевого сечения равен α . Найти объем правильной треугольной пирамиды, описанной вокруг конуса.

1. Высота цилиндра на 10 см больше радиуса основания, а полная поверхность равна 144π см². Определить радиус основания и высоту.
2. Равнобокая трапеция с основанием 2 см и 3 см и острым углом 60° вращается вокруг меньшего основания. Вычислить поверхность и объем полученной фигуры вращения.
3. Боковая поверхность конуса развернулась на плоскости в сектор, центральный угол которого содержит 120° а площадь равна S . Найти объем этого конуса.
4. Прямоугольный треугольник с катетами a и b вращается около гипотенузы. Определить объем и поверхность полученного тела.
5. В конус, объем которого равен V , вписан шар. Образующая конуса наклонена к плоскости основания под углом α . Найти радиус окружности, по которой боковая поверхность конуса касается шара.
6. Определить угол при вершине в осевом сечении конуса, описанного около четырех равных шаров, расположенных так, что каждый касается трех других.
7. В цилиндр вписан параллелепипед, диагональ которого образует с плоскостью основания угол α а с большей боковой гранью - угол β . Найти объем цилиндра, если сторона основания большей боковой грани параллелепипеда равна a .
8. Основанием пирамиды служит треугольник с углами α и β . Все боковые ребра наклонены к плоскости основания под углом φ . Найти объем пирамиды, если радиус описанного около нее шара равен R .
9. Определить полную поверхность и объем правильной шестиугольной пирамиды, описанной около шара радиуса R , боковая грань которой составляет с плоскостью основания угол α .
10. В правильную треугольную пирамиду вписан конус. Найти объем конуса, если ребро пирамиды равно L и плоский угол между двумя соседними боковыми ребрами равен α .

11 класс. Типовой расчет по теме «Круглые тела». Вариант №8

1. В цилиндре, радиус основания которого равен $r = 2$ см, а высота $h = 7$ см. Определить радиус круга, равновеликого полной поверхности этого цилиндра.
2. Угол между радиусами, проведенными к двум точкам поверхности шара, равен 60° , а кратчайшее расстояние между этими точками по поверхности шара 5 см. Определить радиус шара.
3. Найти зависимость между образующей и радиусом основания конуса, у которого боковая поверхность есть средняя пропорциональная между площадью основания и полной поверхностью.
4. Квадрат со стороной $\sqrt[4]{2}$ вращается вокруг своей диагонали. Найти площадь полной поверхности получившейся фигуры.
5. В конус вписана полусфера, большой круг которой лежит на основании конуса. Определить угол при вершине конуса, если полная поверхность конуса относится к боковой поверхности полусферы, как 18:5.
6. Два конуса имеют общую высоту H и параллельно расположенные основания. Образующие одного конуса наклонены к основанию под углом α , образующие другого - под углом β . Найти длину линии, по которой пересекаются их боковые поверхности.
7. Основанием пирамиды служит равнобедренный треугольник с углом между боковыми сторонами, равным α . Пирамида помещена в некоторый цилиндр так, что ее основание оказалось вписанным в основание этого цилиндра, а вершина совпала с серединой одной из образующих цилиндра. Объем цилиндра равен V . Найти объем пирамиды.
8. В шар, объем которого равен V , вписана правильная четырехугольная пирамида, боковые грани которой наклонены к плоскости основания под углом α . Найти объем пирамиды.
9. Основанием пирамиды служит равнобедренный треугольник, у которого боковые стороны равны b , а угол между ними равен α . Две боковые грани, проходящие через равные стороны, перпендикулярны к основанию, а третья грань наклонена к нему под углом α . Найти радиус шара, вписанного в пирамиду.
10. В конус вписан куб. Одна из граней куба лежит в плоскости основания конуса. Отношение высоты конуса к ребру куба равно k . Найти угол между образующей и высотой конуса.

11 класс. Типовой расчет по теме «Круглые тела». Вариант №9

1. Найти зависимость между высотой цилиндра и радиусом его основания, если их сумма служит радиусом круга, равновеликого полной поверхности этого цилиндра.
2. Прямоугольный треугольник с гипотенузой равной $2a$ и острым углом 30° вращается вокруг оси, проходящей через вершину прямого угла параллельно гипотенузе. Вычислить объем полученной фигуры.
3. Радиус основания конуса равен R . Определить площадь параллельного сечения, делящего высоту конуса в отношении $m : n$ (считая от вершины).
4. Равнобокая трапеция с острым углом 60° вращается вокруг оси, проходящей через ее боковую сторону. Вычислить объем тела вращения, если основания трапеции 6 см и 20 см .
5. В конус вписан шар. Поверхность шара относится к площади основания конуса как $4:3$. Найти угол при вершине конуса.
6. Два конуса имеют общее основание и один из них расположен внутри другого. Образующая большого из них наклонена к плоскости основания под углом α , образующая меньшего - под углом β . Объем тела, ограниченного боковыми поверхностями, указанных конусов, равен V . Найти радиус общего основания и боковую поверхность большого конуса.
7. В правильную четырехугольную пирамиду, сторона основания которой равна a , а двугранный угол при основании равен α , вписан цилиндр. Найти объем цилиндра, зная, что его высота и радиус основания равны между собой.
8. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно a , а плоский угол при вершине равен 2α . Найдите площадь поверхности шара, описанного вокруг пирамиды.
9. Определить объем шара, вписанного в правильную пирамиду, у которой высота равна h , а двугранный угол при основании равен 60° .
10. В конус, образующая которого наклонена к плоскости основания под углом α вписана пирамида. Основанием пирамиды служит прямоугольный треугольник с катетами a и b . Найти объем пирамиды.

11 класс. Типовой расчет по теме «Круглые тела». Вариант №10

1. Из круглого листа выштампован цилиндрический стакан диаметром 25 см и высотой 50 см . Предполагая, что при штамповке площадь листа не изменилась, определить диаметр листа.
2. Радиус шара R . Через конец радиуса проведена плоскость под углом в 60° к нему. Найти площадь сечения.
3. Выразить объем конуса через его боковую поверхность S и расстояние r от центра основания до образующей.
4. Равнобедренный треугольник, угол при вершине которого равен β , а боковая сторона равна b , вращается вокруг оси, содержащей боковую сторону. Найти объем тела вращения.
5. В шар вписан конус, объем которого равен $1/4$ объема шара. Найти объем шара, если высота конуса равна H .
6. Основания двух конусов, имеющих общую вершину, лежат в одной плоскости. Разность их объемов равна V . Найти объем меньшего конуса, если касательные, проведенные к окружности его основания из произвольной точки окружности основания большего конуса, образуют угол α .
7. В треугольную пирамиду, в основании которой правильный треугольник со стороной a , вписан цилиндр так, что нижнее его основание находится на основании пирамиды, а верхнее касается всех боковых граней. Определить объем цилиндра и объем пирамиды, отсеченной плоскостью, проходящей через верхнее основание цилиндра, если известно, что высота цилиндра равна $a/2$, одно из боковых ребер пирамиды перпендикулярно к плоскости основания, а боковая грань наклонена к основанию под углом α (при каких значениях α задача возможна).
8. Высота правильной четырехугольной пирамиды и радиус описанной сферы равны соответственно h и r ($r \leq h$). Найти площадь основания пирамиды.
9. Вычислить поверхность шара, вписанного в треугольную пирамиду, все ребра которой равны a .
10. В конус, образующая которого по длине равна L и наклонена к основанию под углом α , вписана пирамида, в основании которой лежит прямоугольник с острым углом 2α между диагоналями. Найти расстояние от основания высоты до боковой грани, проходящей через меньшую сторону основания.

1. В цилиндре площадь основания равна Q и площадь осевого сечения M . Определить полную поверхность этого цилиндра.
2. Определить поверхность тела, образуемого вращением равнобедренного треугольника вокруг прямой, проходящей через его вершину, параллельно основанию, если высота этого треугольника равна h и угол при вершине равен α .
3. Определить боковую поверхность усеченного конуса, если его образующая составляет с плоскостью основания угол в 45° , а радиусы оснований R и r .
4. Ромб с большей диагональю d и острым углом α вращается около прямой, параллельной стороне ромба и отстоящей на расстоянии d от точки пересечения диагоналей. Найдите объем тела вращения.
5. Ось цилиндра является диаметром шара. Найти часть боковой поверхности цилиндра, находящуюся внутри шара, если радиусы цилиндра и шара соответственно равны 12 см и 13 см.
6. В шаровой сектор радиуса R вписан шар. Найти радиус окружности касания поверхностей шара и сектора, если центральный угол в осевом сечении шарового сектора равен α .
7. В цилиндр вписана прямая призма, основанием которой служит равнобокая трапеция с тупым углом α . Найти объем цилиндра, если боковые стороны и меньшее основание трапеции равны a , а диагональ призмы составляет с плоскостью основания угол β .
8. В шаре из точки его поверхности проведены три равные хорды под углом α друг к другу. Определить их длины, если радиус шара равен R .
9. В правильную четырехугольную пирамиду вписан шар. Найти поверхность шара, если стороны основания пирамиды равны a , а плоский угол при вершине пирамиды равен α .
10. Радиус основания конуса равен r , а образующая наклонена к плоскости основания под углом φ . Около этого конуса описана пирамида, имеющая в основании прямоугольный треугольник с острым углом 2φ . Найти объем пирамиды.

11 класс. Типовой расчет по теме «Круглые тела». Вариант №12

1. Какая должна быть зависимость между высотой и радиусом основания, чтобы боковая поверхность цилиндра была равновелика кругу, описанному около осевого сечения?
2. Квадрат со стороной a вращается вокруг внешней оси, которая параллельна его стороне и отстоит от нее на длину стороны. Определить, в каком отношении объем, образуемый вращением квадрата, разделится поверхностью, которую опишет его диагональ.
3. В усеченном конусе даны: высота H , образующая L , и боковая поверхность S . Определить площадь осевого сечения.
4. Прямоугольный треугольник с катетом длины a и прилежащим к этому катету углом α вращается вокруг прямой, проходящей через вершину данного угла и перпендикулярной биссектрисе этого угла. Найдите объем тела вращения.
5. В конус вписан шар. Отношение их объемов равно n . Найти угол наклона образующей к основанию (вычислить при $n=4$).
6. Радиус основания и высота конуса равны 1. Внутри конуса находятся три шара равного радиуса. Каждый шар касается двух других, основания конуса и боковой поверхности конуса. Найти радиусы этих шаров.
7. Около цилиндра радиуса r , осевое сечение которого квадрат, описана правильная треугольная призма. Вычислить площадь ее боковой поверхности.
8. В конус вписана полусфера, большой круг которой лежит на основании конуса. Определить угол при вершине конуса, зная, что поверхность конуса относится к поверхности полусферы как 18:5.
9. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна a , плоский угол при вершине пирамиды равен α . Найти радиус вписанного в пирамиду шара.
10. В правильную шестиугольную пирамиду вписан конус и около нее описан прямой конус. Длина высоты пирамиды равна H , а радиус основания описанного конуса равен R . Найти разность объемов описанного и вписанного конусов.

11 класс. Типовой расчет по теме «Круглые тела». Вариант №13

1. Какая должна быть зависимость между высотой и радиусом основания цилиндра, чтобы полная поверхность цилиндра была равновелика кругу, описанному около осевого сечения?
2. Прямоугольный треугольник с катетами 5 см и 12 см вращается вокруг внешней оси, которая параллельна большему катету и отстоит от него на 3 см . Определить объем и поверхность тела вращения.
3. Определить высоту усеченного конуса, если его полная поверхность равна $572\pi\text{ м}^2$, а радиусы оснований 6 м и 14 м .
4. AB - диаметр полукруга; $ACDB$ - вписанная трапеция, причем $\angle CAB = 60^\circ$. Эта трапеция вращается вокруг радиуса, перпендикулярного к AB . Определить объем тела вращения, если радиус равен R .
5. В конус, высота которого равна H , а угол наклона образующей к плоскости основания равен α , вписан шар. Найти объем шара.
6. Конус и цилиндр имеют общее основание, а вершина конуса находится в центре другого основания цилиндра. Найдите величину угла между осью конуса и его образующей, если известно, что площадь полной поверхности цилиндра относится к площади полной поверхности конуса как $7:4$.
7. Диагональ осевого сечения равностороннего цилиндра (в осевом сечении - квадрат) равна a . Найдите площадь полной поверхности вписанной в этот цилиндр шестиугольной призмы.
8. Боковые ребра и две стороны основания треугольной пирамиды имеют одну и ту же длину a , а угол между равными сторонами основания равен α . Найти радиус описанного шара.
9. В правильную четырехугольную пирамиду вписан шар. Определить поверхность шара, если известно, что сторона основания равна a и плоский угол при вершине пирамиды равен α .
10. В конус вписана пирамида, основанием которой служит прямоугольный треугольник; боковая грань, проходящая через один из катетов, образует с плоскостью основания угол α . Найти объем пирамиды, если образующая конуса равна L и наклонена к плоскости основания под углом β .

1. Определить полную поверхность равностороннего цилиндра, если его боковая поверхность 50 см^2
2. Дан шар радиуса R . Через точку его поверхности проведены две плоскости: первая - касательная к шару, вторая - под углом в 30° к первой. Найти площадь сечения.
3. Полуокруг свернут в коническую поверхность. Найти угол между образующей и высотой конуса.
4. Площадь прямоугольной трапеции $ABCD$ равна S , длина высоты AB равна h , величина острого угла $\angle ADC$ равна α . Найдите объем тела, полученного вращением четырехугольника $ABED$ вокруг прямой AB , если точка E – середина отрезка CD .
5. В шаре радиуса R из точки его поверхности проведены три равные хорды под углом α друг к другу. Найти их длину.
6. В прямой круговой конус с углом 60° при вершине осевого сечения вложено три одинаковых шара радиуса r , так, что каждый из них касается двух других, основания и боковой поверхности конуса. Найти радиус основания конуса.
7. В прямую призму, основанием которой служит равнобокая трапеция $ABCD$, вписан цилиндр. Определить объем цилиндра, если его высота равна большему основанию трапеции AD , $AB = a$, $\angle BAD = \alpha$.
8. В правильной пирамиде боковое ребро, равное b , составляет с основанием угол α . Вычислить радиус описанного шара.
9. В конус вписан шар радиуса r . Найти объем конуса, зная, что плоскость, касающаяся шара и перпендикулярная к одной из образующих конуса, отстоит от вершины конуса на расстоянии d . Вершина конуса и шар лежат по разные стороны касательной плоскости.
10. Объем конуса равен V . В конус вписана пирамида, в основании которой лежит равнобедренный треугольник с углом α между боковыми сторонами. Найти объем пирамиды.

1. Какой высоты должен быть цилиндр, чтобы его боковая поверхность была в три раза больше площади основания?
2. Правильный шестиугольник со стороной a вращается вокруг внешней оси, которая параллельна стороне и отстоит от нее на длину апофемы. Определить объем и поверхность полученного тела.
3. Высота конуса разделена на три равных отрезка и через точки деления параллельно основанию проведены плоскости, разбивающие конус на три части. Найти объем среднего усеченного конуса, если объем данного конуса равен V .
4. Определить объем и поверхность тела, образуемого вращением равнобедренного треугольника вокруг боковой стороны, если основание равно 30 см, а боковая сторона 25 см.
5. Определить угол между высотой и образующей конуса, боковая поверхность которого делится на две равновеликие части линией пересечения ее со сферической поверхностью, имеющий центр в вершине конуса и радиусом высоту конуса.
6. Доказать, что если точка перемещается в плоскости основания правильной пирамиды, оставаясь внутри этого основания, то сумма расстояний от этой точки до боковых граней постоянна.
7. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна a ; боковая грань составляет с плоскостью основания угол, равный α . Найти радиус описанного шара.
8. Определить радиус шара, вписанного в правильную n -угольную пирамиду, если сторона основания равна a , а плоский угол при вершине α .
9. В конус вписана правильная треугольная пирамида, боковые грани которой образуют двугранный угол α . Определить боковую поверхность пирамиды, если боковая поверхность конуса равна S .
10. Определить угол при вершине в осевом сечении конуса, описанного около четырех равных шаров, расположенных так, что каждый касается трех других.