

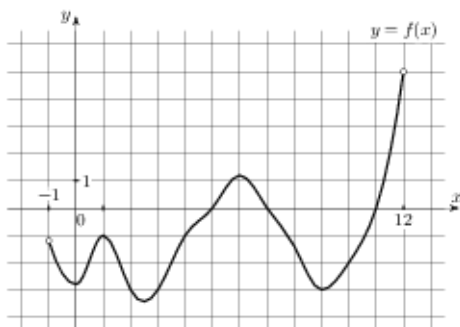
Вариант 1

- 25% участников конкурса прошли в полуфинал, из них 10% оказались в финале. Сколько было участников конкурса, если финалистами оказались 8 человек?
- Вычислите  $\log_6 \log_7 \sqrt[4]{\sqrt[3]{49}} + 9 \log_8 \sqrt[3]{16}$
- Найдите значение выражения  $\frac{\left(2^{\frac{3}{5}} \cdot 5^{\frac{2}{3}}\right)^{15}}{10^9}$ .
- Керамическая плитка одной и той же торговой марки выпускается трёх разных размеров. Плитки упакованы в пачки. Требуется купить плитку одного размера, чтобы облицевать пол квадратной комнаты со стороной 3 м. Размеры плитки, количество плиток в пачке и стоимость пачки приведены в таблице. Во сколько рублей обойдётся самый дешёвый вариант покупки?

| Размер плитки | Количество плиток в пачке | Цена пачки (руб. за пачку) |
|---------------|---------------------------|----------------------------|
| 20 см × 20 см | 25                        | 604                        |
| 20 см × 30 см | 16                        | 595,2                      |
| 30 см × 30 см | 11                        | 594                        |

- Решите уравнение  $\log_3(3x - 1) - 1 = \log_3(x + 3) - \log_3(x + 1)$ . Если уравнение имеет два корня, то в ответ запишите больший из них.
- Решите уравнение  $(2^{x+4})^{x-3} = 0,5^x \cdot 4^{x-4}$ . Найдите сумму корней уравнения.
- Найдите наибольшее целое отрицательное число из области определения функции  $y = \sqrt[8]{\frac{2x^2 - x - 2 - 1}{x^2 - x - 2}}$
- В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  — начальная масса изотопа,  $t$  — время, прошедшее от начального момента,  $T$  — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 40 мг. Период его полураспада составляет 10 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 5 мг.
- Решите неравенство  $\log_{\frac{1}{2}} \log_5(x^2 - 4) > 0$ . Найдите сумму целых решений неравенства.
- Решите уравнение  $\log_2^2 x^5 - 5 \log_2 x^3 = 20 \sin \frac{5\pi}{6}$ . Найдите произведение корней.

11. Найдите наименьшее значение функции  $y = 3x - \ln(x + 3)^3$  на отрезке  $[-2,5; 0]$ .
12. Найдите точку максимума функции  $y = (x + 6)^2 e^{4-x}$ .
13. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-1; 12)$ .



Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

14. Решите неравенство  $\log_5(-x + 8) + \log_{\sqrt{5}}(x^3 - 2) + \log_{0,2}(-x + 8) > 4$ . Найдите произведение всех четных решений неравенства.

**Часть 2. Задания с развернутым ответом.**

15. Решите уравнение  $(\sqrt{\sqrt{13} - 2\sqrt{3}})^x + (\sqrt{\sqrt{13} + 2\sqrt{3}})^x = 4$

16. а) Решите уравнение  $28^{\sin x} = \left(\frac{1}{7}\right)^{-\sin x} \cdot 0,25^{\cos x}$

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$

17. Решите неравенство  $\log_x \log_9(3^x - 9) < 1$

18. Решите уравнение  $4^{x+\sqrt{x^2-2}} - 5 \cdot 2^{x+\sqrt{x^2-2}-1} = 6$

19. При каких значениях параметра  $a$

неравенство  $\log_3^2(|x| + 9) - (2 - 3a) \log_3(|x| + 9) + a^2 \leq 0$  не имеет решений?

20. При каких значениях  $a$  уравнение  $2 \cdot \log_3^2 x - |\log_3 x| + a = 0$  имеет 4 решения?

## Вариант 2

1. Стоимость железнодорожного билета на один и тот же маршрут меняется в зависимости от даты поездки: среднегодовая цена билета увеличивается или уменьшается на несколько процентов. Стоимость плацкартного билета 31.08.2013 из Санкт-Петербурга в Москву составила 1374 рублей, при этом стоимость билетов в период с 13 июля по 2 сентября была выше среднегодовой на 20%. Какова была стоимость соответствующего билета 23 декабря, если в период с 21 декабря по 26 декабря стоимость билета выше среднегодовой на 10%?

2. Найдите значение выражения  $\sqrt{5}(\log_3 36 - \log_3 4 + 5^{\log_5 8})^{0,5 \lg 5}$

3. Найдите значение выражения  $\left(\frac{50^{\frac{13}{18}}}{5^{\frac{2}{9} \cdot \frac{5}{26}}}\right)^9$

4. Для строительства бани можно использовать один из двух типов фундамента: бетонный или фундамент из пеноблоков. Для фундамента из пеноблоков необходимо 4 кубометра пеноблоков и 4 мешка цемента. Для бетонного фундамента необходимо 5 тонн щебня и 30 мешков цемента. Кубометр пеноблоков стоит 2350 рублей, щебень стоит 660 рублей за тонну, а мешок цемента стоит 230 рублей. Сколько рублей будет стоить материал, если выбрать наиболее дешёвый вариант?

5. Найдите корень уравнения  $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 + 3x - 1) = -2$ . Если их несколько, в ответ выпишите больший.

6. Решите уравнение  $9^x \cdot \left(\frac{1}{18}\right)^x = 0,25$

7. Найдите наименьшее целое число, входящее в область определения

функции  $y = \sqrt[6]{\frac{1000}{27}} - 0,3^x$

8. Находящийся в воде водолазный колокол, содержащий  $v=2$  моля воздуха при давлении  $p_1=2$  атмосферы, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A=\alpha v T \log_2 \frac{p_1}{p_2}$  (Дж), где  $\alpha=11,5$  — постоянная,  $T = 300$  К — температура воздуха,  $p_1$  (атм) — начальное давление, а  $p_2$  (атм) — конечное давление воздуха в колоколе. До какого наибольшего давления  $p_2$  можно сжать воздух в колоколе, если при сжатии воздуха совершается работа не более чем 6900 Дж? Ответ приведите в атмосферах.

9. Найдите сумму всех нечетных решений неравенства  $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}}(10 - x) \geq -1 + \log_{\frac{1}{2}} 4,5$

10. Найдите точку минимума функции  $y = \log_2(x^2 + 10x + 24)$

- 11.** Найдите наибольший корень уравнения  $3\log_{0,5}^2 x + 5\log_{0,5} x = 2\sqrt{2}\sin\frac{9\pi}{4}$ .
- 12.** Найдите наименьшее значение функции  $y = 4x - \ln(x+5)^4$  на отрезке  $[-4,5;0]$ .
- 13.** Сколько целых решений имеет неравенство  $0,5\log_{\sqrt{2}}(x^2 - 6x + 24) \leq \log_8(2x + 9)^3$ .
- 14.** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-7;5)$ .  
 Определите количество целочисленных значений аргумента, при которых производная функции  $f(x)$  отрицательна.

