

Цифровые лаборатории «Архимед» - мощная мобильная измерительная лаборатория для проведения естественнонаучных экспериментов. Множество датчиков, измерительный интерфейс, преобразующий непрерывные сигналы от датчиков в цифровой вид, и компьютер (КПК или ПК) позволяют проводить самые удивительные исследования.

Вы сможете проводить измерения в школьном классе, в коридоре, на пришкольном участке, дома или на улице, на экскурсии или в походе. Лаборатория разместится при этом в кармане или на ладони. С помощью цифровых лабораторий исследователю становятся доступными исследования динамики процессов, происходящих в окружающем мире.

### ***Вводное занятие по теории погрешности.***

Для установления физических законов, проверки следствий, проверки результатов теоретических расчетов необходимо уметь измерять *физические величины*.

Физическая величина есть характеристика объектов и явлений материального мира. Например, длина есть физическая величина. В Международной системе физических величин (СИ) в качестве основных приняты 7 величин: *l*- длина, *m*-масса, *t*-время, *I*-сила электрического тока, *T*-температура, *v*-количество вещества, *J*- сила света. Количественное содержание характеристики физического объекта или явления называется размером физической величины.

*Измерением* физической величины называется экспериментальное определение значения физической величины, характеризующей данный объект. Измерения, при которых измерительный прибор дает непосредственно информацию о значении измеряемой физической величины, называют *прямыми измерениями*. Измерения, при которых значение измеряемой величины находят путем вычислений на основе использования результатов измерений других величин, называют *косвенными измерениями*.

Для измерения физических величин используют технические средства, которые называют *измерительными приборами*. Основой всех измерений физических величин является сравнение значения измеряемой величины с *эталоном* единицы физической величины. При измерениях физических величин любыми приборами результат измерений всегда несколько отличается от истинного значения физической величины. Поскольку истинное значение физической величины неизвестно, за наиболее близкое к истинному значению принимается среднее значение измеряемой величины.

Отличие результатов измерений от истинного значения может быть обусловлено многими причинами: несовершенством измерительного прибора, ошибкой экспериментатора при считывании показаний прибора, влиянием случайных внешних факторов на процесс измерения и др. Подобное отличие называется *погрешностью* физической величины.

Погрешности измерений по характеру проявления бывают *систематические* и *случайные*. Систематическими погрешностями называются погрешности

измерений, остающиеся неизменными при повторных измерениях. Они могут быть обусловлены несовершенством измерительного прибора, некорректностью применяемого метода измерения. Все систематические погрешности в принципе можно выявить и устранить или оценить и учесть. Случайными погрешностями называют неопределенные по своей величине и природе погрешности, обусловленные причинами, зависящими как от внешних условий, так и от измерительного устройства и влияние которых нельзя вычислить, учесть или исключить. Случайная погрешность с равной вероятностью принимает как положительные так и отрицательные значения. Полностью устранить случайную погрешность невозможно, но можно уменьшить влияние случайных факторов, проведя многократные измерения одной и той же физической величины.

Пусть проведены измерения координаты тела пять раз ( $n=5$ ).

В результате серии измерений получены пять различных значений координаты тела  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$ . Средним значением физической величины является

$$x_{cp} = (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) / 5 \quad (1)$$

Модуль отличия результата измерений от истинного значения измеряемой величины называется *абсолютной погрешностью измерений*.

$$\Delta x = |x_i - X_{cp}| \quad (2)$$

Абсолютная погрешность прямых измерений в силу случайного характера, который носит результат любого измерения, может принимать положительные и отрицательные значения, поэтому в формуле (2) поставлен модуль. Максимально возможное значение абсолютной погрешности измерений называется *границей абсолютной погрешности измерений*.

Граница абсолютной погрешности складывается из максимально возможных значений модулей систематических и случайных абсолютных погрешностей.

$$\Delta x = \Delta x_{cист} + \Delta x_{случ} \quad (3)$$

Если при измерении координаты в приведенном примере получено некоторое среднее значение  $x_{cp}$  и оценка максимально возможного значения абсолютной погрешности  $\Delta x$ , то можно утверждать, что истинное значение  $x$  физической величины лежит в интервале значений:

$$x_{cp} - \Delta x < x < x_{cp} + \Delta x$$

На рисунке 1 приведено изображение этого интервала на числовой оси, которое называется *доверительным интервалом*.

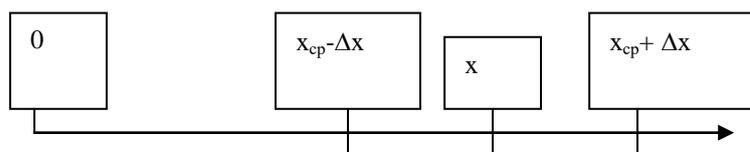


Рис.1

Абсолютная погрешность не дает полного представления о качестве результатов измерения. Качество измерений определяется не только абсолютной погрешностью измерений, но и значением измеряемой величины. Такой характеристикой качества измерений является *относительная погрешность измерений*.

*Относительной погрешностью измерений* называется отношение абсолютной погрешности к измеренному значению физической величины. Относительная погрешность выражается в долях единицы или в процентах.

В приведенном примере

$$\varepsilon_x = \Delta x / x_{cp} \quad (4)$$

Если известна относительная погрешность измерений по заданным характеристикам измерительного прибора, то абсолютную погрешность (границу ее) можно найти по значению границы относительной погрешности  $\varepsilon_x$  и среднему значению измеряемой величины  $x_{cp}$

$$\Delta x = \varepsilon_x x_{cp} \quad (5)$$

### ***Запись результатов измерений и вычислений***

При любых измерениях физических величин полученные значения могут отличаться от действительных значений в пределах границ абсолютной погрешности, поэтому результат измерения выражается приближенным числом.

Для записи приближенных чисел принять следующее основное правило: *приближенное число записывается с таким числом значащих цифр, которое гарантирует верность последней значащей цифры*.

Значащими цифрами являются все цифры, начиная от первой слева, не равной нулю, до последней справа, включая и нули.

Например, при измерении координаты тела получены значения

$$x_1 = 3.349 \text{ м} \quad \text{и} \quad x_2 = 5.786 \text{ м}$$

Граница абсолютной погрешности измерений координаты составила  $\Delta x = 0.1 \text{ м}$ .

В этом случае верными цифрами являются только цифры единиц и десятых долей. Остальные цифры должны быть отброшены после округления числа по обычным правилам.

В приведенном примере результаты измерений должны быть записаны в следующем виде:

$$x_1 = 3.3 + 0.1 \text{ м} \quad \text{и} \quad x_2 = 5.8 + 0.1 \text{ м}$$

При записи результатов измерений с указанием границ погрешностей измерений последняя значащая цифра числа, представляющего результат измерения, должна быть того же разряда, что и последняя значащая цифра погрешности. Остальные цифры отбрасываются после округления числа до необходимого количества значащих цифр.

Если в приведенном примере граница погрешности  $\Delta x = 0.005 \text{ м}$ , то результат измерений запишем в виде

$$x_1 = 3.349 + 0.005 \text{ м} \quad \text{и} \quad x_2 = 5.786 + 0.005 \text{ м}.$$

### ***Оценка погрешностей при прямых измерениях***

Все измерения физических величин производятся таким образом, чтобы найти приближенные значения максимально близкие к истинным. Это значит, что во всех измерениях необходимо стремиться к тому, чтобы погрешности измерений были минимальными. Поэтому первый раз оценку границ погрешностей измерений целесообразно выполнять не после завершения всех измерений, а до начала измерений, на этапе выбора метода измерений, измерительных приборов.

Погрешность измерения, обусловленная несовершенством средства измерения, называется *инструментальной погрешностью или погрешностью средства измерения*.

Погрешность средства измерения является систематической и определяется в соответствии с правилами:

*Правило 1.* В приборах, у которых переход от одного деления к другому осуществляется скачком, инструментальная погрешность равна величине скачка.

*Правило 2.* У приборов, снабженных нониусом ( штангенциркуль или микрометр), инструментальная погрешность равна цене деления нониуса.

*Правило 3.* Погрешность электроизмерительных приборов, как правило, рассчитывается по классу точности.

$$K = (\Delta x / x_{\max}) 100\% \quad (6)$$

K-класс точности прибора ( существует восемь классов точности 0.05, 0.1, 0.2, 0.5, ... 2.5, 4, 0).  $x_{\max}$  - максимально возможное значение координаты, которое может быть измерено данным прибором.

$\Delta x$  - граница абсолютной погрешности прибора.

Чем выше класс точности, тем меньше значение K и меньше погрешность измерения.

*Правило 4.* В настоящем сборнике приведены описания лабораторных работ, которые вы будете выполнять, используя *приборы цифровой лаборатории « Архимед »*. В описании будет приведена относительная погрешность датчиков физических величин по паспорту прибора. Например, относительная погрешность датчика расстояния  $\varepsilon_x = 5\%$  или  $\varepsilon_x = 0.05$ .

Тогда в соответствии с формулой (3) можно найти абсолютную погрешность датчика расстояния по формуле

$$\Delta x = \varepsilon_x x_{cp} \quad (7)$$

В реальных условиях проведения измерений физических величин не всегда оказывается возможным учесть все возможные погрешности. Отклонения результатов измерения от истинного значения, обусловленные изменяющимися от опыта к опыту условиями проведения эксперимента, называются *случайными погрешностями измерений*.

Если граница случайной погрешности измерений существенно меньше границы систематической погрешности  $\Delta x_{сист} > \Delta x_{случ}$ , то ее можно не учитывать.

$$\Delta x = \Delta x_{сист}$$

Каким образом можно узнать, являются ли случайные погрешности измерений пренебрежимо малыми по сравнению с границей систематических погрешностей измерений?

Самый простой практический способ- это проведение 3-5 повторных измерений в одних и тех же условиях. Если при проведении повторных опытов максимальное отклонение результатов измерений от среднего не превосходит границы систематической погрешности, то случайными погрешностями измерений в опытах можно пренебречь. ЦЛ « Архимед» представляет возможность получать данные о физической величине с достаточной точностью и можно утверждать, что в любых режимах измерений ( и непрерывных и однократных) случайная погрешность будет значительно меньше приборной погрешности измерений, которая задана в методическом описании к датчикам ЦЛ. В приведенном методическом пособии случайную погрешность измерений мы предлагаем не учитывать.

### ***Оценка погрешностей при косвенных измерениях***

Значения многих физических величин на практике часто находят не в результате прямых измерений с помощью измерительного прибора, а в результате вычислений на основе использования известной зависимости между искомой величиной и непосредственно измеряемыми величинами.

Например :

$V_x = \Delta x / \Delta t$  , то есть проекция скорости на ось x является результатом косвенных измерений.

Такое измерение называется косвенным измерением, и при расчете его погрешности пользуются следующими правилами.

Правило 1. Если искомая величина  $y = n + z$  является суммой прямо измеренных величин n и z, то граница абсолютной погрешности измерения y *будет равна сумме границ непосредственно измеряемых величин.*

$$\Delta y = \Delta n + \Delta z \quad (8).$$

При этом  $\Delta n$  и  $\Delta z$  - абсолютные погрешности прямоизмеренных величин. Граница относительной погрешности определяется в этом случае выражением:

$$\varepsilon_y = \Delta y / y = (\Delta n + \Delta z) / (n + z) \quad (9)$$

Правило 2. Если искомая величина  $y = n \cdot z$  является произведением прямо измеренных величин n и z, то граница относительной погрешности величины y может быть найдена по формуле :

$$\varepsilon_y = \varepsilon_n + \varepsilon_z \quad (10)$$

Величину границы абсолютной погрешности в этом случае можно найти, используя соотношение

$$\Delta y = \varepsilon_y y \quad (11)$$

Правило 3. Если искомая величина  $y = n^k z^m$ , то граница относительной погрешности величины y может быть рассчитана по формуле

$$\varepsilon_y = k \varepsilon_n + m \varepsilon_z \quad (12)$$

***Краткие правила построения графиков.***

При изучении зависимости одной измеряемой величины от другой целесообразно представить результаты в виде графика. Главное достоинство графика - его наглядность. Необходимо уметь строить графики по таблицам полученных значений физической величины. Это позволяет установить характер зависимости физической величины и установить значения некоторых параметров опыта косвенным путем.

Графики следует строить на листах миллиметровой бумаги. Масштаб графика по обеим осям нужно выбирать так, чтобы предполагаемые зависимости обладали наибольшей наглядностью и заполняли большую часть поля графика. Стрелки на концах осей экспериментальных графиков не ставят. На концах осей нужно указать обозначение соответствующих физических величин. Единицы измерения указывают ниже горизонтальной черты, проведенной под обозначением величины.

Учитывая, что миллиметровая бумага имеет очень мелкую сетку, оцифровывать надо лишь деления крупной сетки. Допустимые значения, определяющие масштабы следующие :  $0,1,2,3,\dots$ ;  $0,2,4,6,\dots$ ;  $0,5,10\dots$  Эти значения могут быть умножены на 10 в любой степени.

Все точки, соответствующие полученным значениям в эксперименте, наносят на подготовленное координатное поле. Затем проводят линию, соответствующую теоретической зависимости физической величины ( либо линейную, либо квадратичную, что определяется физическим смыслом полученных физических величин) так, чтобы равное число экспериментальных значений находилось по обе стороны от проведенной линии графика.

Постарайтесь чтобы график был приемлемым с эстетичной точки зрения . Если на одном графике представлены результаты нескольких опытов, то каждому из соответствующих графиков присваивают номер, а внизу под графиком дают расшифровку условного обозначения. При желании графики могут быть выполнены линиями, различающимися по цвету и виду.