

9-1,3-5 класс. Коллоквиум. “Функция и ее свойства”.

Теоретические вопросы.

1. Определение функции.
2. Способы задания функции.
3. Что называется областью определения функции?
4. Что называется множеством значений функции?
5. Определение нулей функции.
6. Определение возрастающей и убывающей функций.
7. Определение невозрастающей и неубывающей функций.
8. Каким двум условиям удовлетворяет четная функция?
9. Каким двум условиям удовлетворяет нечетная функция?
10. Каким свойством обладает а) график четной функции? б) график нечетной функции?
11. С чего надо начинать проверку на четность, нечетность функции?
12. Определение линейной функции, ее свойства (рассмотрите отдельно: при $k > 0$; при $k < 0$; при $k = 0$):
 - Область определения;
 - Множество значений;
 - Где функция возрастает, убывает? (уметь доказывать по определению).
 - Точки пересечения с осями координат;
 - Характер четности функции (уметь доказывать по определению);
 - Где функция принимает положительные, отрицательные значения.
13. Геометрический смысл коэффициентов функции $y = kx + b$.
14. Условие для коэффициентов, при котором графики линейных функций:
 - параллельны;
 - совпадают;
 - пересекаются на оси ординат;
 - пересекаются не на оси ординат.
15. Определение квадратичной функции, ее свойства, график:
 - Область определения;
 - Множество значений;
 - Где функция возрастает, убывает? (уметь доказывать).
 - Точки пересечения с осями координат;
 - Характер четности функции (уметь доказывать);
 - Где функция принимает положительные, отрицательные значения.
16. Геометрический смысл коэффициентов функции $y = ax^2 + bx + c$.
17. Условие для коэффициентов, при котором графики квадратичных функций удовлетворяют условиям
 - вершины парабол лежат на прямой, параллельной оси OY ;
 - вершины парабол лежат на прямой, параллельной оси OX ;
18. Как расположен график квадратичной функции, если:
 - $D > 0, a > 0, b < 0, c < 0$;
 - $D > 0, a < 0, b > 0, c > 0$;
 - $D < 0, a > 0, b < 0$;
 - $D < 0, a < 0, b > 0$;
 - $D = 0, a > 0, b > 0$;
 - $D = 0, a < 0, b < 0$.
19. Функция $y = \frac{k}{x}$, ее свойства и график (при $k > 0$, при $k < 0$).
 - Область определения;
 - Множество значений;
 - Где функция возрастает, убывает?
 - Характер четности функции (уметь доказывать);
20. Определение дробно-линейной функции, ее свойства, график:
 - Область определения;
 - Множество значений;
 - Где функция возрастает, убывает?
 - Точки пересечения с осями координат;
 - Характер четности функции (уметь доказывать).
21. функция $y = \sqrt{x}$, ее свойства и график.
 - Область определения;
 - Множество значений;
 - Характер монотонности функции;
 - Точки пересечения с осями координат;
 - Характер четности функции (уметь доказывать).

Теоретические упражнения для подготовки к практической части коллоквиума «Функция и ее свойства».

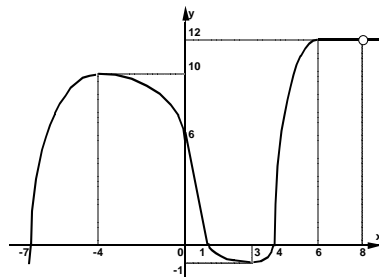
1. Уметь находить область определения функции:

а) $y = \sqrt{x+4} + \sqrt{2-x} + \sqrt{x}$; б) $y = \frac{\sqrt{16-2x}}{(x+10)(x-4)}$; в) $y = x^4 + \sqrt{6-3x}$; г) $y = \frac{x^2-4}{\sqrt{8-4x^2}}$

2. Уметь находить значения функции $f(x) = \frac{x+6}{x-7}$: а) $f(x^2)$; б) $f(x^2)$; в) $f(x)-2$; г) $f(f(x))$.

3. Уметь "читать" график функции:

- Найти область определения.
- Найти множество значений.
- При каких значениях x функция возрастает.
- При каких значениях x функция убывает.
- При каких значениях x функция принимает положительные значения; отрицательные значения.
- Какие значения принимает функция, если $x \in [0;4]$



4. Уметь определять четность, нечетность функции:

а) $y = \sqrt{x-6}$; б) $y = x + x^2$; в) $y = 20x^2 - 4x^6$; г) $y = x^2 - x^3$; д) $y = \frac{(x+2)(6x-8)}{5-x}$; е) $y = -3x^7 + \frac{x}{2}$.

5. Найдите координаты вершины параболы $y = -x^2 - 4x + 1$.

6. Найдите промежуток возрастания функции $y = -8 - 2x - x^2$.

7. Найдите промежуток убывания функции $y = x^2 - 6x$.

8. Уметь доказать (по определению):

- возрастание функций: а) $y = 3x - 7$ на \mathbb{R} ; б) $y = -2x^2 + 4x - 7$ на $(-\infty; 1]$; в) $y = \frac{4}{5-x}$ на $(-\infty; 5]$.
- убывание функций: а) $y = 3 - 7x$ на \mathbb{R} ; б) $y = 2x^2 - 4x - 7$ на $(-\infty; 1]$;

9. Уметь находить множество значений функции: а) $y = x^2 - 4x + 4$, б) $y = -8 - 2x - x^2$,

в) $y = \frac{2}{x} - 3$ при $x \in [0,5;4]$, г) $y = \sqrt{25x}$ при $x \in [25;49]$.

10. Найдите наименьшее значение функции $y = x^2 - 6x$: а) при $x \in \mathbb{R}$, б) при $x \in [-1;2]$.

11. Найдите наибольшее значение функции $y = 8x - 2x^2$: а) при $x \in [1;3]$, б) при $x \in [-2;1]$.

12. Найдите наибольшее целое значение функции $y = \frac{3}{x} + 4$: а) на $(-\infty; 0)$; б) на $(-\infty; -1]$.

13. Уметь доказать (по определению) для функций $y = f(x)$ – возрастающая; $y = g(x)$ – возрастающая; $y = t(x)$ – убывающая.

а) $y = 2f(x) - 6$ – возрастающая; б) $y = g(x) + 4f(x)$ – возрастающая; в) $y = \frac{t(x)}{2} + 1$ – убывающая.

14. Какая из прямых пересекает график функции $y = -\frac{3}{x}$ в двух точках: а) $y = 7$; б) $2x = -9$; в) $y = 4x$;

г) $y = -5x$.

15. Графики каких из следующих функций не имеют общих точек с прямой $y = 3$: а) $y = x^2 - 3$, б) $y = -x^2 + 3$,

в) $y = -x^2 - 3$, г) $y = x^2 + 4$.