

9 класс. Типовой расчет по теме «Планиметрия». Вариант №1

1. От концов гипотенузы прямоугольного треугольника отложены на ней длины прилегающих катетов, и полученные точки соединены прямыми с вершиной прямого угла. Найти угол, образуемый этими прямыми.
2. Две окружности с радиусами $R = 3$ см, $r = 1$ см касаются внешним образом. Найти расстояние от точки касания до общей касательной.
3. Найти катеты прямоугольного треугольника, если они относятся между собой как 20:21, а разность между радиусами описанной и вписанной окружностей равна 17 см.
4. Из точки A , не лежащей на окружности, проведены к ней касательная и секущая. Расстояние от точки A до точки касания равно 16 см, а до одной из точек пересечения секущей с окружностью 32 см. Найти радиус окружности, если секущая удалена от ее центра на 5 см.
5. По основаниям a и b и боковым сторонам c и d трапеции определить ее диагонали m и n .
6. Хорда делит окружность в отношении 11:16. Найти угол между касательными, проведенными через концы этой хорды.
7. Найти площадь треугольника, если его высота, проведенная к основанию, равна 36, а боковые стороны 85 и 60.
8. Определить площадь равнобедренной трапеции, у которой основания равны 12 и 20, а диагонали взаимно перпендикулярны.
9. Найти площадь круга, описанного около равнобедренного треугольника, если основание этого треугольника равно 24, а боковая сторона 13.
10. В квадрат вписан другой квадрат, вершины которого лежат на сторонах первого, а стороны составляют со сторонами первого квадрата углы в 60° . Как относятся площади этих квадратов.

9 класс. Типовой расчет по теме «Планиметрия». Вариант №2

1. В треугольнике ABC сторона AC продолжена за точку C на длину $CE = CB$ и за точку A на длину $AD = AB$, точки E и D соединены с B. Найти углы треугольника DBE, если в треугольнике ABC угол $A = 50^\circ$, угол $C = 60^\circ$, угол $B = 70^\circ$.
2. В параллелограмм вписан ромб так, что его стороны параллельны диагоналям параллелограмма. Найти сторону ромба, если диагонали параллелограмма равны l и m .
3. Найти радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, если радиус окружности, вписанной в этот треугольник, равен 3 см, а меньший катет равен 10 см.
4. Хорда окружности равна 10 см. Через один конец хорды проведена касательная к окружности, а через другой - секущая, параллельная касательной. Найти радиус окружности, если внутренний отрезок секущей равен 12 см.
5. Дан параллелограмм, в котором острый угол 60° . Найти отношение длин сторон, если отношение квадратов длин диагоналей параллелограмма равно $19/7$.
6. Угол, образованный касательными к окружности, проведенными из одной точки, равен $73^\circ 25'$. Найти величины дуг, заключенных между его сторонами.
7. В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 10, а площадь 48. Найти основание.
8. В круге радиуса R по одну сторону от центра проведены две параллельные хорды, стягивающие дуги в 60° и 120° , и концы их соединены. Определить площадь полученной трапеции.
9. Найти площадь круга, вписанного в равнобедренную трапецию, если ее большее основание равно a , а угол при меньшем основании равен 120° .
10. Внутри прямоугольника ABCD взята точка M так, что $AM = \sqrt{2}$, $BM = 2$, $CM = 6$. Найти площадь ABCD, если $AD = 2AB$.

9 класс. Типовой расчет по теме «Планиметрия». Вариант №3

1. Внешний угол при основании равнобедренного треугольника на 30° больше внешнего угла при вершине. Найти углы треугольника.
2. В треугольник, у которого основание 30 см, а высота 10 см, вписан прямоугольный равнобедренный треугольник так, что его гипотенуза параллельна основанию данного треугольника. Вершина прямого угла лежит на этом основании. Найти гипотенузу.
3. В окружность радиуса 5 см вписан прямоугольный треугольник так, что один из его катетов вдвое ближе к центру, чем другой. Найти длину этих катетов.
4. В сектор AOB с радиусом R и углом 90° вписана окружность, касающаяся отрезков OA , OB и дуги AB . Найти радиус окружности.
5. В равнобедренной трапеции диагонали пересекаются под углом 60° . Найти диагонали и нижнее основание трапеции, если верхнее основание 3 м, а боковая сторона трапеции 4 м.
6. Из точки M , лежащей вне окружности, проведены к ней две секущие, образующие угол 45° . Меньшая дуга окружности, заключенная между сторонами угла, равна 30° . Найти величину большей дуги.
7. Внутри параллелограмма взята произвольная точка, которую соединили со всеми его вершинами. Найти отношение суммы площадей двух противолежащих треугольников к сумме площадей двух других.
8. Основание треугольника 75, а боковые стороны 65 и 70. Высота разделена в отношении 2:3 (считая от вершины), и через точку деления проведена прямая, параллельная основанию. Определить площадь получившейся трапеции.
9. Периметр прямоугольного треугольника равен $2p$, а гипотенуза равна c . Определить площадь круга, вписанного в треугольник.
10. Определить высоту ромба, если его диагонали равны 16 и 12.

9 класс. Типовой расчет по теме «Планиметрия». Вариант №4

1. Даны два угла с общей вершиной, один вне другого. Стороны одного угла перпендикулярны к сторонам другого. Найти каждый из них, если один вдвое больше другого.
2. В треугольник, основание которого 48 см, а высота 16 см, вписан прямоугольник с отношением сторон 5:9, причем большая сторона лежит на основании треугольника. Найти стороны прямоугольника.
3. Один из катетов прямоугольного треугольника равен 15 см, а проекция другого катета на гипотенузу равна 16 см. Найти радиус вписанной окружности.
4. Дана точка Р, удаленная на 7 см от центра окружности радиуса 11 см. Через эту точку проведена хорда длиной 18 см. Найти длины отрезков, на которые делится хорда точкой Р.
5. В равнобедренном треугольнике АВС длины боковых сторон АВ и АС равны а, угол при вершине А равен 2α . Прямая, проходящая через вершину В и центр О описанной около треугольника АВС окружности, пересекает сторону АС в точке D. Найти ВD и СВ.
6. Секущая АВС отсекает от окружности дугу ВС, содержащую 112° . Касательная AD точкой касания D делит эту дугу в отношении 7:9. Найти угол BAD.
7. Определить площадь треугольника, если основание равно а, а углы при основании 30° и 45° .
8. Площадь равнобедренной трапеции, описанной около круга, равна S, а высота трапеции в два раза меньше ее боковой стороны. Определить радиус вписанного круга.
9. Найти площадь круга, вписанного в прямоугольный треугольник, если проекции катетов на гипотенузу равны 9 и 16.
10. Определить сторону ромба, если его диагонали относятся, как m:n, а площадь равна Q.

9 класс. Типовой расчет по теме «Планиметрия». Вариант №5

1. Найти угол при вершине треугольника, если биссектрисы углов при основании пересекаются под углом 120° .
2. В треугольнике ABC проведена прямая BD так, что угол ABD равен углу BCA. Найти AD и DC, если $AB = 2$ м, $AC = 4$ м.
3. Найти радиус круга, вписанного в прямоугольный треугольник, если проекции катетов на гипотенузу равны 9 см и 16 см.
4. Из внешней точки проведены к окружности секущая длиной 12 см и касательная, длина которой составляет $\frac{2}{3}$ внутреннего отрезка секущей. Найти длину касательной.
5. Точка N лежит на стороне AC правильного треугольника ABC. Найти отношение радиусов окружностей, описанных около треугольников ABN и ABC, если $AN:AC=n$.
6. Два равных круга внутренне касаются большего, третьего, и касаются между собой. Соединив три центра кругов отрезками, получим треугольник с периметром 18 см. Найти радиус большого круга.
7. В ромбе, диагонали которого 150 и 200, проведены из вершины тупого угла высоты, и концы их соединены. Определить площадь получившегося треугольника.
8. В равнобедренную трапецию вписан круг. Одна из боковых сторон делится точкой касания на отрезки длиной m и n . Определить площадь трапеции.
9. Найти площадь круга, вписанного в прямоугольный треугольник, если высота, проведенная к гипотенузе, делит последнюю на отрезки 25,6 см и 14,4 см.
10. Периметр ромба равен $2p$; длины диагоналей относятся как $m:n$. Вычислить площадь ромба.

9 класс. Типовой расчет по теме «Планиметрия». Вариант №6

1. Биссектриса угла между стороной и диагональю ромба пересекает другую диагональ ромба под углом 75° . Найти углы ромба.
2. В треугольнике проведена прямая BD так, что угол BDC равен углу ABC , на стороне AC получаются отрезки $AD = 7$ см, $DC = 9$ см. Найти BC и отношение $BD:BA$.
3. В треугольнике основание равно 60 см, высота и медиана, проведенные к основанию, соответственно 12 см и 13 см. Найти боковые стороны.
4. Из одной точки проведены к окружности две касательные. Длина каждой касательной 12 см, а расстояние между точками касания 14,4 см. Найти радиус окружности.
5. В окружности проведены три хорды: $MA = 6$ см, $MB = 4$ см, $MC = 1$ см, хорда MB делит угол AMC пополам. Найти радиус окружности.
6. Две хорды AB и AC образуют угол BAC , равный $74^\circ 24'$. Через точки B и C проведены касательные до пересечения в точке M . Найти угол BMC .
7. Определить катеты прямоугольного треугольника, если его гипотенуза равна 73, а площадь равна 1320.
8. В равнобедренной трапеции большее основание равно 44, боковая сторона - 17, а диагональ - 39. Определить площадь трапеции.
9. Периметр прямоугольного треугольника равен 24, площадь его равна 24. Найти площадь описанного круга.
10. В прямоугольнике угол между диагоналями равен 120° ; площадь прямоугольника 9. Найти стороны.

9 класс. Типовой расчет по теме «Планиметрия». Вариант №7

1. В прямоугольном треугольнике катет равен 6 см, противолежащий острый угол - 60° . Найти биссектрису большего острого угла.
2. Дан треугольник ABC и внутри него отрезок DE, параллельный AC ($D \in AB, E \in BC$). Найти отношение AD:BD, если $AC:DE=5/7:4/11$.
3. Гипотенуза $AB=34$, катет $BC=16$. Найти длину перпендикуляра, проведенного из середины гипотенузы до пересечения с катетом AC.
4. В окружности радиуса r проведена хорда, равная $r/2$. Через один конец хорды проведена касательная к окружности, а через другой - секущая, параллельная касательной. Найти расстояние между секущей и касательной.
5. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 10 см, высота, проведенная из вершины прямого угла, равна 3 см. Найти отрезки, на которые биссектриса прямого угла делит гипотенузу.
6. Пусть M - середина высоты BD равнобедренного треугольника ABC, где $AB=BC$. Из точки M радиусом MD описана окружность. Найти величину дуги, расположенной внутри треугольника, если $\angle BAC=62^\circ 17'$.
7. Определить высоты треугольника со сторонами 25, 29 и 36.
8. Площадь равнобедренной трапеции, описанной около круга, равна S. Определить боковую сторону трапеции, если острый угол при основании равен $\pi/6$.
9. Сторона равностороннего треугольника, вписанного в окружность, равна a. Вычислить площадь отсекаемого ею сегмента.
10. В ромб с острым углом 30° вписан круг, площадь которого равна Q. Найти площадь ромба.

9 класс. Типовой расчет по теме «Планиметрия». Вариант №8

1. В четырехугольнике диагонали равны 10 дм и 8 дм и пересекаются под углом $56^{\circ}25'$. Найти периметр и углы четырехугольника, который получается соединением середин сторон данного четырехугольника.
2. Дан треугольник ABC и внутри него отрезок DE, параллельный AC ($D \in AB, E \in BC$). Найти AD, если $AB=16$ см, $AC=20$ см, $DE=15$ см.
3. В прямоугольном треугольнике найти отношение катетов, если высота и медиана, выходящие из вершины прямого угла, относятся как 40:41.
4. Внутри круга радиуса 15 см взята точка M на расстоянии 13 см от центра. Через точку M проведена хорда длиной 18 см. Найти длины отрезков, на которые точка M делит хорду.
5. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB=BC$) биссектриса AE пересекает высоту BD в точке O, причем $OB:OD=3:1$. В каком отношении высота AF делит высоту BD?
6. Около окружности радиуса 4 м описан прямоугольный треугольник с гипотенузой 26 м. Найти периметр треугольника.
7. Определить стороны треугольника, если они относятся, как 26:25:3, а площадь равна 9 кв. м.
8. Трапеция ABCD разделена прямой EF, проведенной параллельно боковой стороне AB, на две части, площади которых равны. Определить отрезок AF, если $AD=28$, $BC=12$.
9. Сторона квадрата, вписанного в окружность, равна a. Вычислить площадь отсекаемого ею сегмента.
10. Высота ромба равна 12, а одна из его диагоналей равна 15. Найти площадь ромба.

9 класс. Типовой расчет по теме «Планиметрия». Вариант №9

1. Углы при основании треугольника α и β ($\alpha > \beta$). Найти угол между высотой и биссектрисой угла при вершине.
2. Дан треугольник ABC и внутри него отрезок DE, параллельный AC ($D \in AB$, $E \in BC$). Найти DE, если AC=18 дм, AB=15 дм, AD=10 дм.
3. В прямоугольном треугольнике точка касания вписанной окружности делит гипотенузу на отрезки длиной 5 см и 12 см. Найти катеты треугольника.
4. В круговой сектор с центральным углом 120° вписан круг. Найти радиус вписанного круга, если радиус данного круга равен R.
5. Окружность, вписанная в треугольник, точкой касания делит одну из сторон на отрезки длиной 3 см и 4 см, а противолежащий этой стороне угол равен 120° . Найти площадь треугольника.
6. Найти стороны равнобедренного прямоугольного треугольника, если радиус описанного круга равен R.
7. В треугольнике ABC $AB=26$, $BC=30$, $AC=28$. Определить площадь части этого треугольника, заключенной между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины B.
8. Основания трапеции равны a и b ($a > b$), углы при большем основании равны $\pi/6$ и $\pi/4$. Найти площадь трапеции.
9. Круг радиуса R обложен четырьмя равными кругами, касающимися данного так, что каждые два соседних из этих четырех кругов касаются друг друга. Вычислить площадь одного из этих кругов.
10. Из середины основания треугольника проведены прямые, параллельные сторонам. Как относятся площади треугольника и полученного параллелограмма?

9 класс. Типовой расчет по теме «Планиметрия». Вариант №10

1. Средняя линия равнобокой трапеции делится диагональю на части длиной 4 см и 10 см. Боковая сторона равна 12 см. Найти углы трапеции.
2. В треугольнике ABC $AB=15$ см, $AC=10$ см, AD - биссектриса $\angle A$. Из точки D проведена прямая, параллельная AB , до пересечения с AC в точке E . Найти AE , EC , DE .
3. Окружность касается большего катета прямоугольного треугольника, проходит через вершину противоположного острого угла и имеет центр на стороне треугольника. Найти радиус окружности, если длины катетов 5 см и 12 см.
4. Из точки M , находящейся на расстоянии a от окружности, проведена к этой окружности касательная длиной $2a$. Найти площадь правильного шестиугольника, вписанного в окружность.
5. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB=BC$) высота AP пересекает высоту BD в точке O , причем $BO:OD=n$. В каком отношении биссектриса AE делит высоту BD ?
6. Дуга AB содержит $40^\circ 24'$. На продолжении радиуса OA отложен отрезок $AC=AB$, и точка C соединена с B . Найти угол ABC .
7. Вершины данного треугольника соединены с центром вписанного круга. Проведенными прямыми площадь треугольника разделилась на три части: 28 кв. м, 60 кв. м и 80 кв. м. Найти стороны данного треугольника.
8. Площадь трапеции делится диагональю в отношении 3:7. В каком отношении она делится средней линией (начиная от меньшего основания)?
9. Сторона квадрата, вписанного в окружность, отсекает сегмент, площадь которого равна $(2\pi - 4)$. Найти площадь квадрата.
10. Ромб, у которого сторона равна меньшей диагонали, равновелик кругу радиуса R . Определить сторону ромба.

9 класс. Типовой расчет по теме «Планиметрия». Вариант №11

1. Внутренние углы треугольника относятся как 1:2:3. Как относятся его внешние углы?
2. В треугольнике ABC проведен от BA к BC отрезок DE, параллельный AC, $AB=24$ м, $BC=32$ м, $AC=28$ м, $AD+CE=16$ м. Найти DE.
3. Периметр прямоугольного треугольника ABC, где $\angle C=90^\circ$, равен 72 см, а разность между длинами медианы СК и высоты СМ равна 7 см. Найти длину гипотенузы.
4. Из одной точки окружности проведены две хорды длиной 9 см и 17 см. Найти радиус окружности, если расстояние между серединами данных хорд равно 5 см.
5. В параллелограмме даны острый угол α и расстояния m и p от точки пересечения диагоналей до неравных сторон. Найти диагонали.
6. Хорды АВ и АС лежат по разные стороны от центра окружности и образуют $\angle BAC=72^\circ 30'$. Найти величины дуг АВ и АС, если их отношение равно 19:24.
7. Определить площадь треугольника, если две стороны его соответственно равны 27 см и 29 см, а медиана третьей стороны равна 26 см.
8. Диагонали трапеции 20 и 15, высота равна 12. Определить площадь трапеции.
9. В круговой сектор, дуга которого содержит 60° , вписан круг. Найти отношение площади этого круга к площади сектора.
10. Около прямоугольника ABCD описана окружность радиуса R. Найти стороны прямоугольника, если его площадь в два раза меньше площади круга.

9 класс. Типовой расчет по теме «Планиметрия». Вариант №12

1. Сторона ромба образует с продолжениями диагоналей углы, относящиеся как 9:7. Найти углы ромба.
2. В треугольник ABC вписан ромб ADEO так, что $\angle A$ у них общий, а вершина E находится на стороне BC. Найти сторону ромба, если $AB=c$, $AC=b$.
3. Точка на гипотенузе, равноудаленная от обоих катетов, делит гипотенузу на отрезки длиной 30 см и 40 см. Найти катеты треугольника.
4. Из одной точки окружности проведены две хорды длиной 10 см и 12 см. Найти радиус окружности, если расстояние от середины меньшей хорды до большей хорды равно 4 см.
5. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB=BC$) биссектрисы BD и AF пересекаются в точке O. Отношение площади треугольника DAO к площади треугольника BOF равно $\frac{3}{8}$. Найти отношение $AC:AB$.
6. Вершины четырехугольника ABCD расположены на окружности, причем сторона AB является диаметром, а противолежащая ей сторона CD равна радиусу. Найти угол между продолжением двух других сторон.
7. В квадрате, сторона которого равна a, середины двух смежных сторон соединены между собой и с противоположной вершиной квадрата. Найти площадь полученного треугольника.
8. Основания и боковая сторона равнобедренной трапеции относятся, как 10:4:5. Площадь ее равна 112. Найти периметр трапеции.
9. Хорда AB постоянной длины скользит своими концами по окружности радиуса R. Точка C этой хорды, находящаяся на расстояниях a и b от концов A и B, описывает при полном обороте окружность. Вычислить площадь кольца, заключенного между данной окружностью и окружностью, описанной точкой C.
10. Квадрат со стороной a вписан в окружность. В сегмент, который отсекает сторона квадрата, вписан еще один квадрат. Найти площадь меньшего квадрата.

1. В треугольнике ABC $\angle A=80^\circ$, $\angle B=70^\circ$. Найти внутренние углы треугольника MNP , образуемого взаимным пересечением биссектрис трех внешних углов треугольника ABC .
2. В треугольник вписан параллелограмм, угол которого совпадает с углом треугольника. Стороны треугольника, заключающие этот угол, равны 20 см и 25 см, параллельные им стороны параллелограмма относятся как 6:5. Найти стороны параллелограмма.
3. Окружность касается одного из катетов равнобедренного прямоугольного треугольника и проходит через вершину противоположного острого угла. Найти радиус окружности, если ее центр лежит на гипотенузе треугольника, а катет равен a .
4. В некоторый угол вписана окружность радиуса 5 см. Длина хорды, соединяющей точки касания, равна 8 см. К окружности проведены две касательные, параллельные хорде. Найти стороны полученной трапеции.
5. Из вершины A треугольника ABC проведены биссектрисы внутреннего и внешнего углов, пересекающие прямую BC в точках D и E соответственно. Найти отношение $AB:AC$, если $BD:BE=3:5$.
6. Периметр прямоугольного треугольника равен 48 см, а диаметр вписанного в него круга равен 8 см. Найти стороны треугольника.
7. Доказать, что сумма расстояний от любой точки, взятой внутри правильного треугольника, до его сторон есть величина постоянная.
8. Вычислить площадь трапеции, параллельные стороны которой содержат 16 и 44, а непараллельные - 17 и 25.
9. Три равные окружности радиуса r попарно касаются одна другой. Вычислить площадь фигуры, расположенной вне окружностей и ограниченной их дугами, заключенными между точками касания.
10. В сегмент с радиусом $(2\sqrt{3} + \sqrt{17})$ и углом 60° вписан квадрат. Найти площадь квадрата.

9 класс. Типовой расчет по теме «Планиметрия». Вариант №14

1. Диагональ AC трапеции $ABCD$, равная боковой стороне CD , перпендикулярна к ней и делит угол пополам. Найти углы трапеции.
2. $ABCD$ - данный параллелограмм. Через точку пересечения его диагоналей проведена перпендикулярная к BC прямая, которая пересекает BC в точке E , а продолжение AB - в точке O . Найти BE , если $AB=a$, $BC=b$, $BO=c$.
3. Найти радиус круга, вписанного в прямоугольный треугольник, если высота, проведенная к гипотенузе, делит ее на отрезки длиной $25,6$ см и $14,4$ см.
4. Радиус окружности равен 7 см. Из точки, удаленной от центра на 9 см, проведена секущая так, что она делится окружностью пополам. Найти длину этой секущей.
5. Из вершины A треугольника ABC проведены биссектрисы внутреннего и внешнего углов, пересекающие прямую BC в точках D и E соответственно. Найти радиус окружности, описанной около треугольника ADE , если $BC=a$, $AB:AC=2:3$.
6. Окружность разделена тремя точками в отношении $7:11:6$. Найти углы треугольника с вершинами в точках деления окружности.
7. Равные прямоугольные треугольники ACB и ABD находятся по одну сторону от общей гипотенузы AB , при этом $AD=BC=12$, $AC=BD=16$. Определить площадь общей части данных треугольников.
8. В прямоугольной трапеции острый угол при основании равен 30° , сумма оснований равна m , сумма боковых сторон равна n . Определить площадь трапеции.
9. На сторонах ромба как на диаметрах описаны полуокружности, обращенные внутрь ромба. Определить площадь полученной розетки, если диагонали ромба равны a и b .
10. Сумма длин диагоналей ромба равна m , а его площадь равна S . Найти сторону ромба.

9 класс. Типовой расчет по теме «Планиметрия». Вариант №15

1. В трапеции $ABCD$ (AD – большее основание) AC перпендикулярно CD , $AB=BC$, $\angle CAD=26^\circ$. Найти углы этой трапеции.
2. В параллелограмме $ABCD$ $AB=42$ см. На стороне BC взята точка E так, что $BE:EC=5:7$, проведена прямая DE , пересекающая продолжение AB в точке O . Найти BO .
3. Периметр прямоугольного треугольника равен 24 см, а его площадь 24 кв. см. Найти радиус описанного круга.
4. Из одной точки проведены к окружности касательная и секущая. Найти их длину, если касательная на 20 см меньше внутреннего отрезка секущей и на 8 см больше внешнего отрезка.
5. Дан равнобедренный треугольник с основанием, равным a и боковой стороной, равной b . Доказать, что центр вписанной окружности делит биссектрису угла при основании в отношении $(a+b):b$, считая от вершины угла.
6. Диаметр окружности $AB=6$ см. Через точку A проведена касательная, а через точку B – секущая к этой окружности, которые пересекаются в точке M . Известно, что секущая MB пересекает окружность в точке C и делит ее дугу AB на равные части. Найти AM и $\angle ABM$.
7. Определить площадь прямоугольного треугольника, если его высота делит гипотенузу на отрезки 32 см и 18 см.
8. Определить площадь трапеции, у которой основания равны 142 и 89, а диагонали – 120 и 153.
9. Общей хордой двух кругов стягиваются дуги в 60° и 120° . Найти отношение площадей этих кругов.
10. В ромб с острым углом 30° вписан круг, а в круг – квадрат. Найти отношение площади ромба к площади квадрата.