

Коллоквиум «Тригонометрические и обратные тригонометрические функции»

10 класс

Теоретические вопросы

1. Что называется функцией?
2. Определение возрастающей (убывающей) функции на интервале.
3. Определения четной функции, нечетной функции, функции общего вида.
4. Каким условием обладает график четной(нечетной) функции?
5. Определение периодической функции. Что называется основным периодом функции?
Теорема о периоде функции $y = f(kx + b)$.
6. Перечислите основные свойства функции $y = \sin x$:
 - область определения функции;
 - множество значений функции;
 - характер четности функции; **(уметь доказывать)**
 - периодичность функции; **(уметь доказывать)**
 - характер монотонности функции; **(уметь доказывать по определению)**
 - нули функции;
 - график функции.
7. Перечислите основные свойства функции $y = \cos x$:
 - область определения функции;
 - множество значений функции;
 - характер четности функции; **(уметь доказывать)**
 - периодичность функции; **(уметь доказывать)**
 - характер монотонности функции; **(уметь доказывать по определению)**
 - нули функции;
 - график функции.
8. Перечислите основные свойства функции $y = \operatorname{tg} x$:
 - область определения функции;
 - множество значений функции;
 - характер четности функции; **(уметь доказывать)**
 - периодичность функции; **(уметь доказывать)**
 - характер монотонности функции; **(уметь доказывать по определению)**
 - нули функции;
 - график функции.
9. Перечислите основные свойства функции $y = \operatorname{ctg} x$:
 - область определения функции;
 - множество значений функции;
 - характер четности функции; **(уметь доказывать)**
 - периодичность функции; **(уметь доказывать)**
 - характер монотонности функции; **(уметь доказывать по определению)**
 - нули функции;
 - график функции.
10. Вспомните значения основных тригонометрических функций для углов 30, 45, 60 градусов.
11. Понятие обратной функции.
12. Каким условием должна обладать функция, чтобы для нее существовала обратная функция?
13. Каким свойством обладают графики обратных функций?
14. Что вы знаете о монотонности обратной функции?
15. Что вы знаете о нечетности обратных функций?
16. Дайте определение арксинуса числа. Приведите примеры.
17. Дайте определение функции $y = \arcsin x$.
18. Перечислите основные свойства функции $y = \arcsin x$:
 - область определения функции;
 - множество значений функции;
 - характер четности функции;
 - характер монотонности функции;
 - нули функции;

- график функции.
19. Покажите, как строится график функции $y = \arcsin x$.
 20. Дайте определение арккосинуса числа. Приведите примеры.
 21. Дайте определение функции $y = \arccos x$.
 22. Перечислите основные свойства функции $y = \arccos x$:
 - область определения функции;
 - множество значений функции;
 - характер четности функции;
 - характер монотонности функции;
 - нули функции;
 - график функции.
 23. Покажите, как строится график функции $y = \arccos x$.
 24. Дайте определение арктангенса числа. Приведите примеры.
 25. Дайте определение функции $y = \operatorname{arctg} x$.
 26. Перечислите основные свойства функции $y = \operatorname{arctg} x$:
 - область определения функции;
 - множество значений функции;
 - характер четности функции;
 - характер монотонности функции;
 - нули функции;
 - график функции.
 27. Покажите, как строится график функции $y = \operatorname{arctg} x$.
 28. Дайте определение арккотангенса числа. Приведите примеры.
 29. Дайте определение функции $y = \operatorname{arcctg} x$.
 30. Перечислите основные свойства функции $y = \operatorname{arcctg} x$:
 - область определения функции;
 - множество значений функции;
 - характер четности функции;
 - характер монотонности функции;
 - нули функции;
 - график функции.
 31. Покажите, как строится график функции $y = \operatorname{arcctg} x$.
 32. Докажите основные тождества для обратных тригонометрических функций:
 - $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$ при $|x| \leq 1$
 - $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arcctg} x = \frac{\pi}{2}, x \in R$
 - $\operatorname{tg}(\arcsin x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ при $|x| < 1$
 - $\sin(\arccos x) = \sqrt{1-x^2}$ при $|x| \leq 1$
 - $\cos(\arcsin x) = \sqrt{1-x^2}$ при $|x| \leq 1$
 - $\operatorname{tg}(\operatorname{arcctg} x) = \frac{1}{x}$ при $x \neq 0$
 33. Покажите с помощью тригонометрического круга частные случаи решения тригонометрических уравнений: $\sin x = 0$; $\sin x = 1$; $\sin x = -1$; $\cos x = 0$; $\cos x = 1$; $\cos x = -1$.
 34. Выведите формулу корней тригонометрического уравнения $\sin x = a$.
 35. Выведите формулу корней тригонометрического уравнения $\cos x = a$.
 36. Выведите формулу корней тригонометрического уравнения $\operatorname{tg} x = a$.
 37. Выведите формулу корней тригонометрического уравнения $\operatorname{ctg} x = a$.

Задачи для подготовки к практической части

	Проверяемые умения	Примеры задач
1	Умение находить область определения тригонометрических и обратных тригонометрических функций	Найдите область определения функции: 1) $y = 5 \operatorname{ctg} 6x - 2$; 2) $y = \arccos(2x + 1) - \operatorname{arctg}(3x)$; 3) $y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$; 4) $y = \cos\sqrt{x-5}$; 5) $y = \arccos(3 - x^2) + 2\arcsin\frac{x}{4}$.
2	Умение находить область значений тригонометрических и обратных тригонометрических функций	Найдите область значений функции: 1) $y = \sin^2 x + 1$; 2) $y = -2\cos x + 3$; 3) $y = \sin x + \cos x$; 4) $y = \frac{\pi}{6} + \operatorname{arcctg} 4x$.
3	Умение определять характер четности/нечетности функции	Исследуйте функцию на четность/нечетность: 1) $y = \operatorname{arctg} x - \arcsin x$; 2) $y = \operatorname{arcctg} x + \arccos 2x$; 3) $y = \operatorname{arctg} x \cdot \arcsin(2x)$.
4	Умение находить промежутки возрастания/убывания функции	Исследуйте функцию на монотонность: 1) $y = -\operatorname{ctg}(2x) - 1$; 2) $y = \cos(-3x) + 1$; 3) $y = -2\sin\left(\frac{x}{2}\right)$.
5	Умение вычислять значения выражений, содержащих тригонометрические и обратные тригонометрические функции	Вычислите: 1) $\cos\left(\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \operatorname{arcctg} \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$; 2) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \operatorname{arctg}(\sqrt{3})$; 3) $\sin\left(\operatorname{arcctg}\left(\frac{4}{3}\right)\right)$; 4) $\arccos(\cos(930^\circ))$.
6	Умение строить графики тригонометрических и обратных тригонометрических функций	Постройте график функции: 1) $y = \operatorname{arcctg} x - 3\pi $; 2) $y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 1$ 3) $y = \left \cos \frac{x}{3} - \frac{1}{2}\right $ 4) $y = 2 \arcsin(x + 1,5)$
7	Умение решать простейшие уравнения и неравенства, содержащие тригонометрические и обратные тригонометрические функции	Решите уравнения(неравенства): 1) $(\sin x + 5)\left(\operatorname{tg}\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3}\right)\left(\cos \frac{x}{2} - \frac{1}{2}\right) = 0$ 2) $\operatorname{arctg}(x^2 - 9) = \operatorname{arctg} 8x$; 3) $\arccos x = \arcsin(1 - x)$; 4) $18 \operatorname{arctg}^2 x - 3 \pi \operatorname{arctg} x = \pi^2$ 5) $4 \arccos x < \pi$