

**ПРОГРАММА КОЛЛОКВИУМА
БАЗОВЫЕ ЗНАНИЯ ПЛАНИМЕТРИИ И ОСНОВЫ СТЕРЕОМЕТРИИ**

**11 класс
1 полугодие**

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

Планиметрия

1. Внешний угол треугольника. Определение. Свойство.
2. Теорема о сумме углов треугольника.
3. Свойство средней линии треугольника.
4. Свойство биссектрисы угла треугольника. Формула для вычисления длины биссектрисы треугольника.
5. Свойство медиан треугольника. Формула для вычисления длины медианы треугольника.
6. Центр вписанной окружности, центр описанной окружности.
7. Отношение периметров, площадей, высот подобных фигур.
8. Теорема косинусов. Следствия: связь между диагоналями и сторонами параллелограмма; определение вида треугольника; формула для вычисления длины медианы треугольника; вычисление косинуса угла треугольника.
9. Теорема синусов. Следствие о радиусе описанной окружности.
10. Прямоугольный треугольник:
 - Теорема Пифагора;
 - синус, косинус, тангенс, котангенс острого угла прямоугольного треугольника
 - Значения тригонометрических функций для углов 30° , 45° , 60° , 90° ;
 - Свойство высоты прямоугольного треугольника, опущенной на гипотенузу;
 - Зависимость высоты прямоугольного треугольника, опущенной на гипотенузу, от длин его сторон;
 - Свойство катета в прямоугольном треугольнике с углом 30° ;
 - Свойство катета и его проекции (метрические соотношения);
 - Формулы для вычисления радиусов вписанной и описанной окружностей;
 - Связь между медианой, проведенной к гипотенузе, радиусом описанной окружности, гипотенузой;
11. Свойство диаметра, перпендикулярного хорде.
12. Свойство дуг, заключенных между параллельными хордами.
13. Свойства касательных, проведенных к окружности из одной точки.
14. Определение вписанного угла, центрального угла. Измерение их величин. Свойство вписанного угла, его связь с центральным углом, опирающимся на ту же хорду.
15. Угол с вершиной внутри круга; угол с вершиной вне круга; угол между касательной и хордой. Измерение их величин.
16. Свойство хорд, пересекающихся в круге.
17. Свойство секущей и касательной, проведенных к окружности из одной точки.
18. Свойство секущих, проведенных к окружности из одной точки.
19. Свойство вписанного; описанного четырехугольников.
20. Правильный многоугольник. Формулы для вычисления радиусов вписанной, описанной окружностей.
21. Параллелограмм. Свойства, признаки, формулы площади.
22. Ромб. Свойства, признаки, формулы площади.
23. Прямоугольник. Свойства, признаки, формулы площади.
24. Трапеция. Равнобедренная трапеция. Свойства трапеции. Площадь трапеции. Средняя линия трапеции. Равнобедренная трапеция с перпендикулярными диагоналями.
25. Правильный четырехугольник. Формулы для вычисления:
 - длины диагонали;
 - площади (через сторону; через диагональ);
 - радиуса вписанной окружности;
 - радиуса описанной окружности.

26. Правильный треугольник. Формулы для вычисления:

- высоты;
- радиуса вписанной окружности;
- радиуса описанной окружности;
- площади.

27. Правильный шестиугольник. Формулы для вычисления:

- большой диагонали;
- малой диагонали;
- радиуса вписанной окружности;
- радиуса описанной окружности;
- углов;
- площади.

28. Определение равновеликих фигур.

29. Формулы для вычисления площади:

- прямоугольника (через сторону; через диагональ);
- квадрата (через сторону; через диагональ);
- параллелограмма (через высоту; через угол; через диагонали);
- треугольника (через радиус вписанной окружности; описанной окружности; через стороны; через угол; через высоту, формула Герона);
- ромба (через угол; через диагонали; через высоту);
- выпуклого четырехугольника;
- правильного треугольника;
- правильного шестиугольника;
- правильного многоугольника;
- описанного многоугольника;
- трапеции;
- равнобедренной трапеции с взаимно-перпендикулярными диагоналями;
- круга;
- кругового сегмента;
- кругового сектора.

30. Вектор. Нахождение координат вектора. Нахождение длины вектора.

31. Равные вектора, свойства координат.

32. Коллинеарные вектора, свойства координат.

33. Координаты середины отрезка.

34. Нахождение расстояния между точками.

35. Алгебраические операции над векторами (сумма, разность, умножение вектора на число).

36. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.

37. Скалярное произведение векторов.

38. Условие перпендикулярности векторов.

39. Нахождение угла между векторами.

Основы стереометрии

1. Расстояние от точки до прямой; до плоскости.

2. Свойство точки, равноудаленной от сторон многоугольника; от вершин многоугольника.

3. Угол между прямыми в пространстве.

4. Угол между прямой и плоскостью.

5. Угол между плоскостями. Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла.

6. Признак параллельности прямых (о двух прямых, параллельных третьей).

7. Признак параллельности прямой и плоскости в пространстве.

8. Признаки параллельности плоскостей в пространстве.

9. Теорема о двух параллельных плоскостях, пересеченных третьей плоскостью.

10. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.

11. Признак перпендикулярности плоскостей

12. Теорема о трех перпендикулярах.

13. Теорема о площади ортогональной проекции многоугольника.

Многогранники

1. Куб. Диагональ грани; диагональ куба. Площадь полной поверхности. Площадь боковой поверхности. Объем.
2. Параллелепипед. Прямоугольный параллелепипед. Площадь полной поверхности. Площадь боковой поверхности. Объем. Отличие прямоугольного параллелепипеда от прямого.
3. Призма. Прямая призма. Правильная призма. Площадь полной поверхности. Площадь боковой поверхности. Объем. Отличие прямой призмы от правильной. Нахождение площади и объема наклонной призмы через перпендикулярное сечение.
4. Пирамида. Площадь полной поверхности. Площадь боковой поверхности. Объем. Правильная пирамида.
5. Усеченная пирамида. Площадь полной поверхности. Площадь боковой поверхности. Объем. Правильная усеченная пирамида.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Задачи для подготовки к практической части

ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

1. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC=4,8$, $\sin A=7/25$. Найдите AB .
2. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC=8$, $\operatorname{tg} A=0,5$. Найдите BC .
3. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH – высота, $AB=13$, $\operatorname{tg} A=1/5$. Найдите $АН$.
4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $AB=13$, $\operatorname{tg} A=5$. Найдите $ВН$.
5. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB=13$, $\operatorname{tg} A=1/5$. Найдите высоту CH .
6. В треугольнике ABC угол C равен 90° , высота CH равна 20 , $BC=25$. Найдите $\sin A$.
7. В треугольнике ABC угол C равен 90° , высота CH равна 4 , $BC=8$. Найдите $\cos A$.
8. В треугольнике ABC угол C равен 90° , высота CH равна 4 , $BC=\sqrt{17}$. Найдите $\operatorname{tg} A$.
9. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 6 и 10 .
10. Площадь прямоугольного треугольника равна 24 . Один из его катетов на 2 больше другого. Найдите меньший катет.
11. Один острый угол прямоугольного треугольника на 32° больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.
12. Острый угол прямоугольного треугольника равен 32° . Найдите острый угол, образованный биссектрисами этого и прямого углов треугольника. Ответ дайте в градусах.
13. Найдите острый угол между биссектрисами острых углов прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.
14. Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 61° . Найдите угол между высотой CH и биссектрисой CD , проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.
15. Острые углы прямоугольного треугольника равны 24° и 66° . Найдите угол между биссектрисой и медианой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.
16. Угол между биссектрисой и медианой прямоугольного треугольника, проведенными из вершины прямого угла, равен 14° . Найдите меньший угол этого треугольника. Ответ дайте в градусах.

РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

1. В треугольнике ABC $AC=BC=5$, $\sin A=7/25$. Найдите AB .
2. В треугольнике ABC $AC=BC=7$, $\operatorname{tg} A=\frac{33}{4\sqrt{33}}$. Найдите AB .
3. В треугольнике ABC $AC=BC$, $АН$ – высота, $AB=8$, $\cos BAC=0,5$ Найдите $ВН$.
4. В тупоугольном треугольнике ABC $AC=BC=25$, высота $АН$ равна 20 . Найдите $\cos ACB$.
5. Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 150° . Боковая сторона треугольника равна 20 . Найдите площадь этого треугольника.

6. В треугольнике ABC $AC = BC$. Внешний угол при вершине B равен 122° . Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.
7. В равностороннем треугольнике ABC высота CH равна $2\sqrt{3}$. Найдите стороны этого треугольника.

ТРЕУГОЛЬНИК ОБЩЕГО ВИДА

1. Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 8 и 12, а угол между ними равен 30° .
2. Площадь треугольника ABC равна 4, DE — средняя линия, параллельная стороне AB . Найдите площадь треугольника CDE .
3. У треугольника со сторонами 9 и 6 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведенная к первой стороне, равна 4. Чему равна высота, проведенная ко второй стороне?
4. В треугольнике ABC AD — биссектриса, угол C равен 50° , угол CAD равен 28° . Найдите угол B . Ответ дайте в градусах.
5. В остроугольном треугольнике ABC угол A равен 65° . BD и CE — высоты, пересекающиеся в точке O . Найдите угол DOE . Ответ дайте в градусах.
6. В треугольнике ABC угол A равен 44° , угол C равен 62° . На продолжении стороны AB за точку B отложен отрезок BD , равный стороне BC . Найдите угол D треугольника BCD . Ответ дайте в градусах.
7. В треугольнике ABC угол B — тупой, $AB = 5$, $BC = 6$. Найдите величину угла, противолежащего стороне AC , если площадь треугольника равна 7,5. Ответ дайте в градусах.

ПАРАЛЛЕЛОГРАММЫ

1. В параллелограмме $ABCD$ $AB = 3$, $AD = 21$, $\sin A = 6/7$. Найдите большую высоту параллелограмма.
2. Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 1.
3. Найдите периметр прямоугольника, если его площадь равна 18, а отношение соседних сторон равно 1:2.
4. Периметр прямоугольника равен 34, а площадь равна 60. Найдите диагональ этого прямоугольника.
5. Параллелограмм и прямоугольник имеют одинаковые стороны. Найдите острый угол параллелограмма, если его площадь равна половине площади прямоугольника. Ответ дайте в градусах.
6. Стороны параллелограмма равны 9 и 15. Высота, опущенная на первую сторону, равна 10. Найдите высоту, опущенную на вторую сторону параллелограмма.
7. Площадь ромба равна 18. Одна из его диагоналей равна 12. Найдите другую диагональ.
8. Диагональ параллелограмма образует с двумя его сторонами углы 26° и 34° . Найдите больший угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.
9. Найдите высоту ромба, сторона которого равна $\sqrt{3}$, а острый угол равен 60° .
10. Биссектриса тупого угла параллелограмма делит противоположную сторону в отношении 4:3, считая от вершины острого угла. Найдите большую сторону параллелограмма, если его периметр равен 88.
11. Точка пересечения биссектрис двух углов параллелограмма, прилежащих к одной стороне, принадлежит противоположной стороне. Меньшая сторона параллелограмма равна 5. Найдите его большую сторону.
12. Диагонали ромба относятся как 3:4. Периметр ромба равен 200. Найдите высоту ромба.
13. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 176. Точка E — середина стороны CD . Найдите площадь треугольника ADE .

ТРАПЕЦИЯ

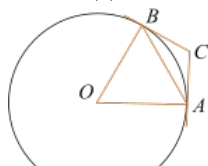
1. Основания равнобедренной трапеции равны 51 и 65. Боковые стороны равны 25. Найдите синус острого угла трапеции.
2. Меньшее основание равнобедренной трапеции равно 23. Высота трапеции равна 39. Тангенс острого угла равен $13/8$. Найдите большее основание.
3. Основания равнобедренной трапеции равны 14 и 26, а ее периметр равен 60. Найдите площадь трапеции.
4. Основания трапеции равны 18 и 6, боковая сторона, равная 7, образует с одним из оснований трапеции угол 150° . Найдите площадь трапеции.
5. Чему равен больший угол равнобедренной трапеции, если известно, что разность противолежащих углов равна 50° ? Ответ дайте в градусах.
6. Средняя линия трапеции равна 28, а меньшее основание равно 18. Найдите большее основание трапеции.
7. Основания трапеции равны 4 и 10. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из ее диагоналей.
8. В равнобедренной трапеции большее основание равно 25, боковая сторона равна 10, угол между ними 60° . Найдите меньшее основание.
9. В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 12. Найдите ее среднюю линию.

УГЛЫ В ОКРУЖНОСТИ

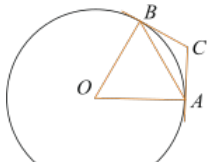
1. Треугольник ABC вписан в окружность с центром O . Найдите угол BOC , если угол BAC равен 32° .
2. Чему равен острый вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности? Ответ дайте в градусах.
3. Дуга окружности AC , не содержащая точки B , составляет 200° . А дуга окружности BC , не содержащая точки A , составляет 80° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.
4. В окружности с центром O отрезки AC и BD — диаметры. Вписанный угол ACB равен 38° . Найдите центральный угол AOD . Ответ дайте в градусах.
5. Угол между двумя соседними сторонами правильного многоугольника, равен 160° . Найдите число вершин многоугольника.
6. В треугольнике ABC сторона AB равна $3\sqrt{2}$, угол C равен 135° . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

ОКРУЖНОСТЬ

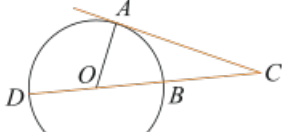
1. Найдите хорду, на которую опирается угол 30° , вписанный в окружность радиуса 3.
2. Хорда AB делит окружность на две части, градусные величины которых относятся как 5:7. Под каким углом видна эта хорда из точки C , принадлежащей меньшей дуге окружности? Ответ дайте в градусах.
3. Хорда AB стягивает дугу окружности в 92° . Найдите угол ABC между этой хордой и касательной к окружности, проведенной через точку B . Ответ дайте в градусах.
4. Через концы A, B дуги окружности в 62° проведены касательные AC и BC . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.



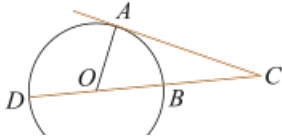
5. Касательные CA и CB к окружности образуют угол ACB , равный 122° . Найдите величину меньшей дуги AB , стягиваемой точками касания. Ответ дайте в градусах.



6. Угол ACO равен 28° , где O — центр окружности. Его сторона CA касается окружности. Найдите величину меньшей дуги AB окружности, заключенной внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.

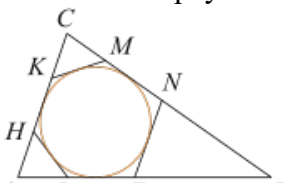


7. Найдите угол ACO , если его сторона CA касается окружности, O — центр окружности, сторона CO пересекает окружность в точках B и D , а дуга AD окружности, заключенная внутри этого угла, равна 116° . Ответ дайте в градусах.



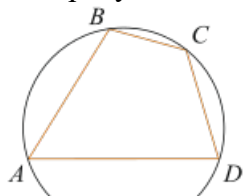
ВПИСАННАЯ ОКРУЖНОСТЬ

- Периметр треугольника равен 12, а радиус вписанной окружности равен 1. Найдите площадь этого треугольника.
- Около окружности, радиус которой равен 3, описан многоугольник, периметр которого равен 20. Найдите его площадь.
- Найдите радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, высота которого равна 6.
- Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен 6. Найдите высоту этого треугольника.
- Сторона ромба равна 1, острый угол равен 30° . Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.
- Найдите сторону правильного шестиугольника, описанного около окружности, радиус которой равен $\sqrt{3}$.
- Найдите радиус окружности, вписанной в правильный шестиугольник со стороной $\sqrt{3}$.
- В треугольнике ABC стороны $AC = 4$, $BC = 3$, угол C равен 90° . Найдите радиус вписанной окружности.
- Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 5 и 3, считая от вершины, противоположной основанию. Найдите периметр треугольника.
- Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 3 и 5. Найдите среднюю линию трапеции.
- Периметр четырехугольника, описанного около окружности, равен 24, две его стороны равны 5 и 6. Найдите большую из оставшихся сторон.
- К окружности, вписанной в треугольник ABC , проведены три касательные. Периметры отсеченных треугольников равны 6, 8, 10. Найдите периметр данного треугольника.

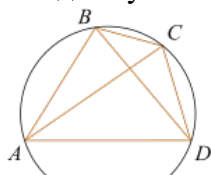


ОПИСАННАЯ ОКРУЖНОСТЬ

1. Точки A, B, C , расположенные на окружности, делят ее на три дуги, градусные величины которых относятся как 1: 3: 5. Найдите больший угол треугольника ABC . Ответ дайте в градусах.
2. Стороны четырехугольника $ABCD$ AB, BC, CD и AD стягивают дуги описанной окружности, градусные величины которых равны соответственно $95^\circ, 49^\circ, 71^\circ, 145^\circ$. Найдите угол B этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.



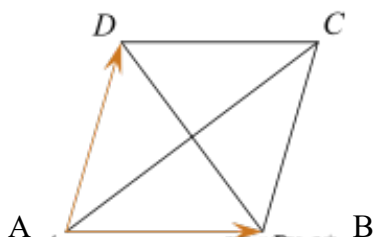
3. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 75° , угол CAD равен 35° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



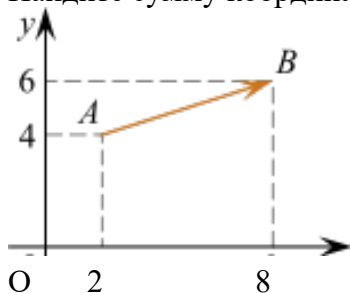
4. Сторона правильного треугольника равна $\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.
5. Высота правильного треугольника равна 3. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.
6. Радиус окружности, описанной около правильного треугольника, равен 3. Найдите высоту этого
7. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 12. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.
8. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 1, угол при вершине, противолежащей основанию, равен 120° . Найдите диаметр описанной окружности этого треугольника.
9. Чему равна сторона правильного шестиугольника, вписанного в окружность, радиус которой равен 6?
10. Одна сторона треугольника равна радиусу описанной окружности. Найдите острый угол треугольника, противолежащий этой стороне. Ответ дайте в градусах
11. Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 40, основание равно 48. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.
12. Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 22, средняя линия равна 5. Найдите боковую сторону трапеции.
13. Боковая сторона равнобедренной трапеции равна ее меньшему основанию, угол при основании равен 60° , большее основание равно 12. Найдите радиус описанной окружности этой трапеции.
14. Периметр правильного шестиугольника равен 72. Найдите диаметр описанной окружности.

ВЕКТОРЫ

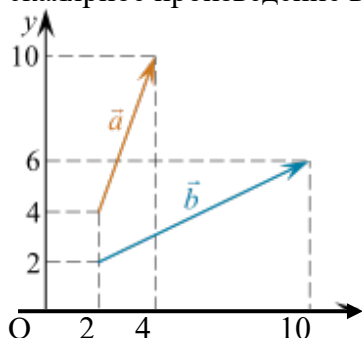
1. Две стороны прямоугольника $ABCD$ равны 6 и 8. Найдите длину вектора $\overrightarrow{AC}$
2. Две стороны прямоугольника $ABCD$ равны 6 и 8. Найдите скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$
3. Диагонали изображенного на рисунке ромба $ABCD$ равны 12 и 16. Найдите длину вектора $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$



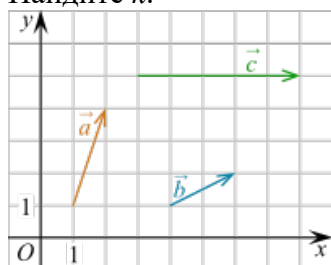
4. Диагонали ромба $ABCD$ пересекаются в точке O и равны 12 и 16. Найдите скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AO}$ и $\overrightarrow{BO}$
5. Стороны правильного треугольника ABC равны $2\sqrt{3}$. Найдите длину вектора $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
6. Стороны правильного треугольника ABC равны 3. Найдите скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$
7. Найдите сумму координат вектора $\overrightarrow{AB}$



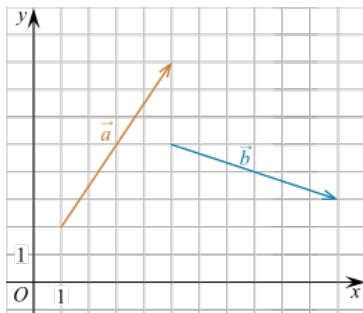
8. Вектор $\overrightarrow{AB}$ с началом в точке $A(2; 4)$ имеет координаты $(6; 2)$. Найдите абсциссу точки B .
9. На рисунке изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите: сумму координат вектора $\vec{a} + \vec{b}$; квадрат длины вектора $\vec{a} + \vec{b}$; сумму координат вектора $\vec{a} - \vec{b}$; квадрат длины вектора $\vec{a} - \vec{b}$; скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$; угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$



10. Найдите длину диагонали прямоугольника, вершины которого имеют координаты $(2; 1)$, $(2; 4)$, $(6; 1)$, $(6; 4)$.
11. На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$. Вектор $\vec{c}$ разложен по двум неколлинеарным векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$: $\vec{c} = k\vec{a} + l\vec{b}$ где k и l — коэффициенты разложения. Найдите k .



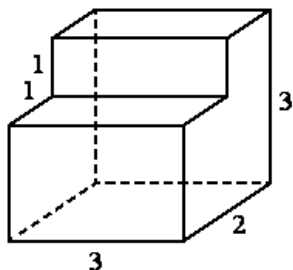
12. На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите скалярное произведение $\vec{a}\vec{b}$



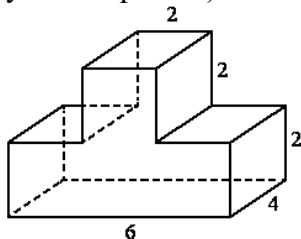
13. Даны векторы $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (-3; 6)$, $\vec{c} = (4; -2)$. Найдите длину вектора $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$

МНОГОГРАННИКИ

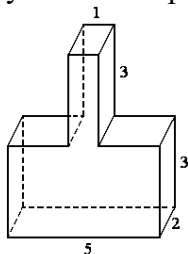
- Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 75. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.
- Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объём этой призмы, если объём отсечённой треугольной призмы равен 7.
- В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 7, а сторона основания равна 10,5. Найдите высоту пирамиды.
- В правильной четырёхугольной пирамиде высота равна 2, боковое ребро равно 5. Найдите её объём.
- В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с вершиной S точка O – центр основания, $SO=35$, $SD=37$. Найдите длину отрезка BD .
- В правильной шестиугольной пирамиде боковое ребро равно 6,5, а сторона основания равна 2,5. Найдите высоту и площадь поверхности пирамиды.
- Основанием прямой треугольной призмы является прямоугольный треугольник с катетами 2 и 7, боковое ребро призмы равно 6. Найдите объём и площадь поверхности призмы.
- В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $BB_1=16$, $A_1 B_1=2$, $A_1 D_1=8$. Найдите длину диагонали AC_1 .
- В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины рёбер: $AB=15$, $AD=8$, $AA_1=21$. Найдите площадь сечения, проходящего через вершины B , B_1 и D .
- В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $BD_1=2AD$. Найдите угол между диагоналями DB_1 и CA_1 . Ответ дайте в градусах.
- В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины рёбер: $AB=28$, $AD=16$, $AA_1=12$. Найдите синус угла между прямыми DD_1 и $B_1 C$.
- В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AB=7$, $BC=6$, $AA_1=5$. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A , B , C , B_1 .
- Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины A , C , D , F , A_1 , C_1 , D_1 , F_1 правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, площадь основания которой равна 9, а боковое ребро равно 11.
- Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки D , A_1 , B_1 , C_1 , D_1 , E_1 , F_1 правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, площадь основания которой равна 12, а боковое ребро равно 2.
- Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки C , A_1 , B_1 , C_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1 B_1 C_1$, площадь основания которой равна 4, а боковое ребро равно 9.
- Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы – прямые).



17. Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы – прямые).



18. Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы — прямые).



19. Объём правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ равен 116. Точка E — середина ребра SB . Найдите объём треугольной пирамиды $EABC$.
20. Объём треугольной пирамиды равен 78. Через вершину пирамиды и среднюю линию её основания проведена плоскость. Найдите объём отсечённой треугольной пирамиды.