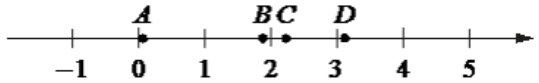
СПЕЦИФИКАЦИЯ зачетной работы
11 класс за 1 полугодие

Работа проводится в письменной форме.
Дополнительные материалы и оборудование: справочный материал, линейка, карандаш. Использование микрокалькулятора **не** допускается.
Время выполнения работы - **3 часа** (180 минут).

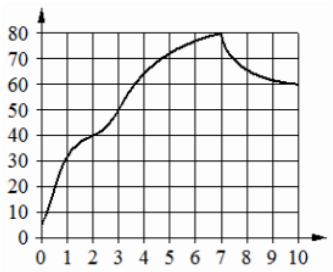
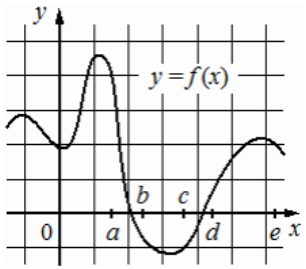
Работа состоит из двух частей.
Первая часть содержит 17 заданий базового уровня. Ко всем заданиям, кроме оговоренных в условии, записывается краткое решение.
Вторая часть содержит 3 задания повышенного уровня сложности, к которым записывается полное обоснованное решение.

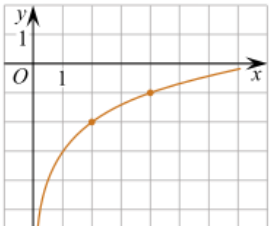
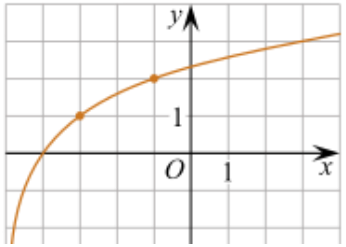
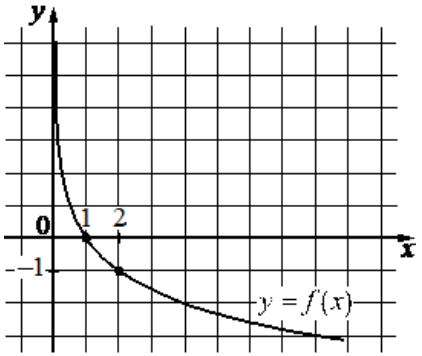
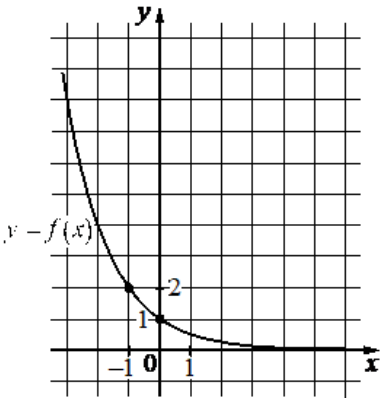
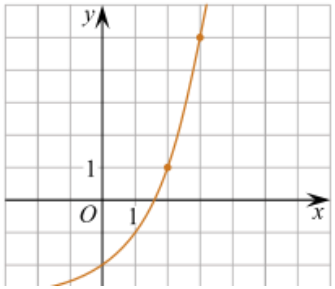
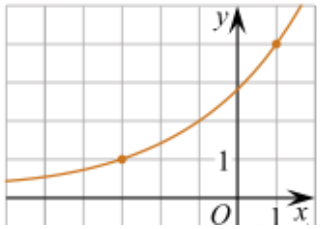
№ задания	Проверяемые умения	Примеры заданий
1 часть (базовый уровень)		
1 – 4	Умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений. Умение вычислять значения числовых выражений, содержащих степени, корни и логарифмы	Найдите значение выражения: 1) $(0{,}01)^2 \cdot 10^4 : 3^{-2}$; 2) $\frac{8^3}{2^4} : 2^2$; 3) $\frac{12^4}{12^5 \cdot 12^{-2}}$; 4) $\frac{2^4 \cdot 6^6}{12^5}$; 5) $\frac{7^{\sqrt{8}} \cdot 5^{\sqrt{8}}}{35^{\sqrt{8}-1}}$; 6) $4^{2\sqrt{8}-3} \cdot 16^{3-\sqrt{8}}$; 7) $\frac{\sqrt[9]{7} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7}}$; 8) $\frac{(\sqrt{13}+\sqrt{7})^2}{10+\sqrt{91}}$; 9) $36^{\log_6 5}$; 10) $\log_5 60 - \log_5 12$; 11) $\log_5 0{,}2 + \log_{0,5} 4$; 12) $\log_5 9 \cdot \log_3 25$; 13) $\frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}}$; 14) $(1 - \log_6 24)(1 - \log_4 24)$; 15) $\frac{\log_3 18}{2+\log_3 2}$; 16) $\frac{\log_8 20}{\log_8 5} + \log_5 0{,}05$; 17) $\log_{16} \log_4 16$; 18) $(\log_5 6) \cdot (\log_6 0{,}2)$; 19) $5^{3+\log_5 2}$.

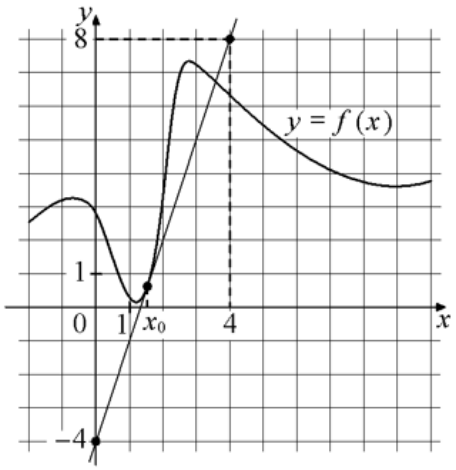
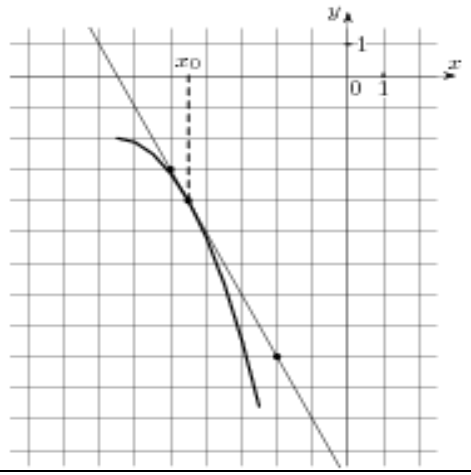
5	Умение извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках	В таблице 1 приведены минимальные баллы ЕГЭ по четырём предметам, необходимые для подачи документов на факультеты 1–6. *Таблица* 1 Предмет / Факультет: математика (проф. ур.) — русский язык — обществознание — иностранный язык (английский) 1: 50 — 50 — 50 — 50 2: 27 — 36 — 45 — 60 3: 60 — 50 — 50 — 60 4: 40 — 61 — 42 — 22 5: 42 — 36 — 42 — 22 6: 36 — 50 — 60 — 40 В таблице 2 приведены данные о баллах ЕГЭ по четырём предметам абитуриента В. *Таблица* 2 Предмет: математика (проф. ур.) — русский язык — обществознание — английский язык Баллы: 40 — 76 — 48 — 82 Выберите факультеты, на которые может подавать документы абитуриент В. В ответе укажите номера всех выбранных факультетов без пробелов, запятых и других дополнительных символов. При строительстве дома фирма использует один из типов фундамента: каменный или бетонный. Для каменного фундамента необходимо 9 тонн природного камня и 9 мешков цемента. Для бетонного фундамента необходимо 7 тонн щебня и 50 мешков цемента. Тонна камня стоит 1600 рублей, щебень стоит 780 рублей за тонну, а мешок цемента стоит 230 рублей. Сколько рублей будет стоить материал для фундамента, если выбрать наиболее дешёвый вариант? Семья из трёх человек планирует поехать из Санкт-Петербурга в Вологду. Можно ехать поездом, а можно – на своей машине. Билет на поезд на одного человека стоит 1380 рублей. Автомобиль расходует 8 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 км, а цена бензина 37 рублей за литр. Сколько рублей придётся заплатить за наиболее дешёвую поездку на троих?

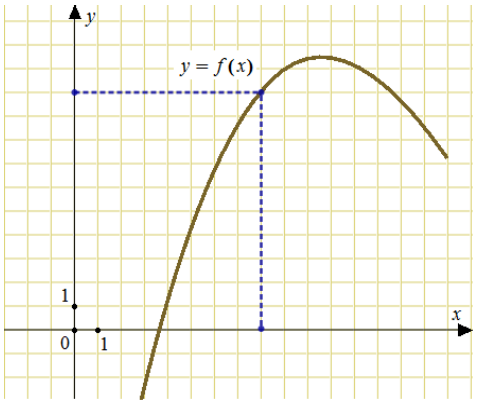
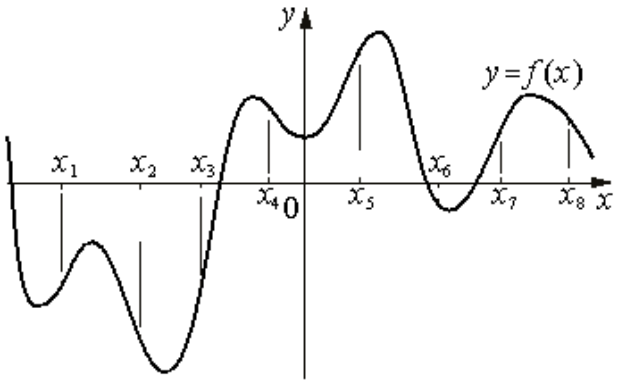
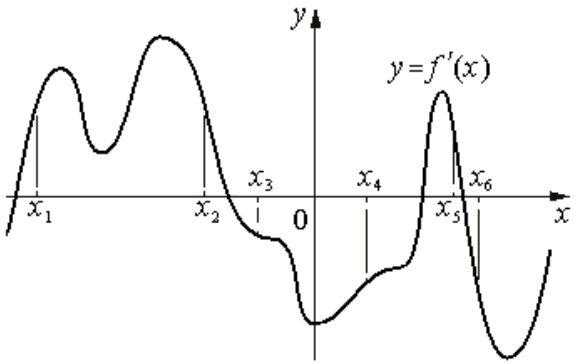
<table>
<tr>
<td>6</td>
<td>Умение преобразовывать буквенные выражения, содержащие степени, корни, логарифмы</td>
<td>Найдите значение выражения при заданном условии:
1) $\frac{n^{\frac{5}{6}}}{n^{\frac{1}{4}}\cdot n^{\frac{1}{12}}}$ при $n=81$; 2) $\frac{(9a)^{2,5}}{a^2\cdot\sqrt{a}}$ при $a>0$;
3) $x+\sqrt{x^2-4x+4}$ при $x\le 2$; 4) $\frac{\sqrt{81\sqrt[7]{b}}}{\sqrt[14]{b}}$ при $b>0$;
5) $\log_a \frac{a}{b^3}$, если $\log_a b=5$</td>
</tr>
<tr>
<td>7</td>
<td>Умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений</td>
<td>1. Число m равно $\sqrt{2}$. Каждому из четырёх чисел в левом столбце соответствует отрезок, которому оно принадлежит. Установите соответствие между числами и отрезками из правого столбца:
ЧИСЛА ОТРЕЗКИ
А) $-\frac{1}{m}$ 1) $[-3;-2]$
Б) m^3 2) $[-1;0]$
В) $2m-5$ 3) $[0;1]$
Г) $m-1$ 4) $[2;3]$
Ответ:
<table>
<tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
2. На координатной прямой отмечены точки A, B, C и D.


ТОЧКИ ЧИСЛА
A 1) $\log_5 20$
B 2) $\frac{29}{13}$
C 3) $\sqrt{10}$
D 4) $\left(\frac{37}{3}\right)^{-1}$
Каждой точке соответствует одно из чисел в правом столбце. Установите соответствие между указанными точками и числами. В таблице для каждой точки укажите номер соответствующего числа.
Ответ:
<table>
<tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td>
</tr>
</table>

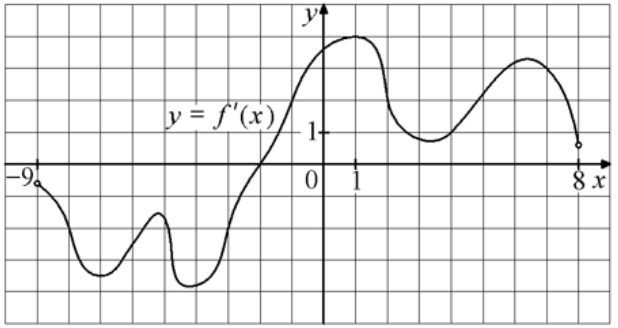
8	Умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, определять значение функции по значению аргумента; описывать по графику поведение и свойства функции	На графике изображена зависимость температуры от времени в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на вертикальной оси – температура двигателя в градусах Цельсия.  Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику температуры на этом интервале. **ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ** — **ХАРАКТЕРИСТИКИ** А) 0–1 мин. — 1) температура росла и на этом интервале достигла 60 °C Б) 3–4 мин. — 2) температура росла, и её прирост составил менее 10 °C В) 5–6 мин. — 3) самый быстрый рост температуры Г) 7–8 мин. — 4) температура падала Ответ: | А | Б | В | Г | (пусто) *В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.*  На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Числа a, b, c, d и e задают на оси Ox интервалы. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу характеристику функции. **ИНТЕРВАЛЫ** — **ХАРАКТЕРИСТИКИ** А) $(a; b)$ — 1) функция возрастает на интервале Б) $(b; c)$ — 2) функция убывает на интервале В) $(c; d)$ — 3) значение функции положительно в каждой точке интервала Г) $(d; e)$ — 4) значение функции отрицательно в каждой точке интервала Ответ: | А | Б | В | Г | (пусто) *В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.*

9	Умение находить коэффициенты по графику функции, вычислять значение функции по заданному значению аргумента, находить значение аргумента при заданном значении функции	На рисунке изображён график функции $f(x) = b + \log_a x$ Найдите $f(32)$  На рисунке изображён график функции $f(x) = \log_a(x + b)$. Найдите $f(11)$  На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \log_a x$. Найдите значение f (16).  На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение f (−3).  На рисунке изображён график функции $f(x) = a^x + b$ Найдите значение x, при котором $f(x) = 29$  На рисунке изображён график функции $f(x) = a^{x+b}$ Найдите $f(-7)$ 

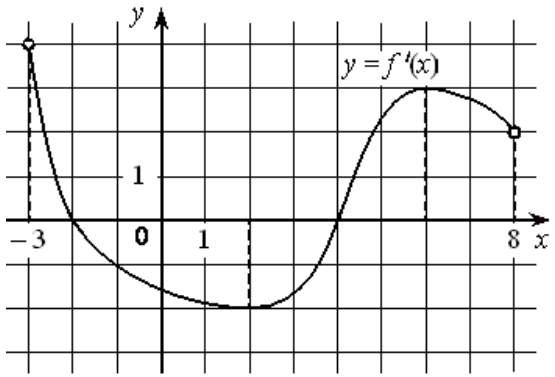
10 – 11	Умение решать простейшие иррациональные, показательные и логарифмические уравнения	Решите уравнения: 1) $2^{4-2x}=64$; 2) $5^{x-7}=\frac{1}{125}$; 3) $\left(\frac{1}{2}\right)^{6-2x}=4$; 4) $\left(\frac{1}{9}\right)^{x-13}=3$; 5) $9^{-5+x}=729$; 6) $\left(\frac{1}{8}\right)^{-3+x}=512$; 7) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-8}=2^{x}$; 8) $8^{9-x}=64^{x}$; 9) $2^{3+x}=0{,}4\cdot 5^{3+x}$; 10) $\log_{\frac{1}{7}}(7-x)=-2$; 11) $\log_4(x+3)=\log_4(4x-15)$; 12) $\log_5(x^2+2x)=\log_5(x^2+10)$; 13) $\log_5(7-x)=\log_5(3-x)+1$; 14) $\log_2\frac{x}{6}=\log_{0,5}(x+1)$ Если уравнение имеет больше одного корня, в ответ запишите меньший из корней. 15) $\log_{x-5}49=2$ Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них. 16) $\log_x 32=5$; 17) $\log_8 2^{8x-4}=4$; 18) $2^{\log_8(5x-3)}=4$.
12	Умение находить значение производной функции	1. На рисунке изображены график функции $y=f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.  

		2. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через начало координат, касается графика этой функции в точке с абсциссой 8. Найдите значение производной функции в точке $x_0 = 8$. 
13	Умение определять свойства функции по ее графику или по графику ее производной	1. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены восемь точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?  2. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечены шесть точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6. Сколько из этих точек лежит на промежутках возрастания функции $f(x)$? 

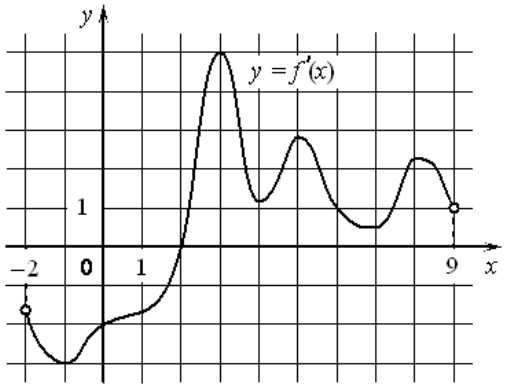
3. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-9;8)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-3;3]$.

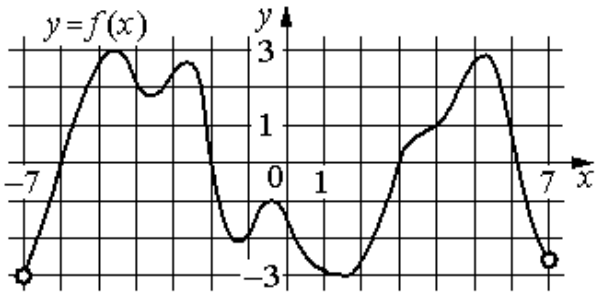


4. На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3;8)$. Найдите точку минимума функции $f(x)$.



5. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2;9)$. В какой точке отрезка $[2;8]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



		6. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-7;7)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна. 
14	Умение оперировать понятиями случайное событие, умение вычислять вероятность случайного события	1. Агрофирма закупает куриные яйца только в двух домашних хозяйствах. Известно, что 5% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 30% яиц высшей категории. В этой агрофирме 15% яиц высшей категории. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства. 2. Какова вероятность того, что случайно выбранный телефонный номер оканчивается двумя чётными цифрами? 3. Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,52. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза. 4. При изготовлении подшипников диаметром 67 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше, чем 66,99 мм или больше, чем 67,01 мм. 5. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными. 6. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Обслуживание автоматов происходит по вечерам после закрытия центра. Известно, что вероятность события «К вечеру в первом автомате закончится кофе» равна 0,25. Такая же вероятность события «К вечеру во втором автомате закончится кофе». Вероятность того, что кофе к вечеру закончится в обоих автоматах, равна 0,15. Найдите вероятность того, что к вечеру кофе останется в обоих автоматах.

		7. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых. 8. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем — 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,95? 9. На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос по теме «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем. 10. Стрелок стреляет по мишени один раз. В случае промаха стрелок делает второй выстрел по той же мишени. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что мишень будет поражена (либо первым, либо вторым выстрелом). 11. Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что во второй раз выпало 3 очка. 12. При двукратном бросании игральной кости в сумме выпало 9 очков. Какова вероятность того, что хотя бы раз выпало 5 очков?
15	Умение моделировать реальные ситуации, составлять уравнения и неравенства по условию задачи, исследовать построенные модели, оценивать полученное решение	1. Наблюдатель находится на высоте h, выраженной в метрах. Расстояние от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта, выраженное в километрах, вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ где R=6400 км — радиус Земли. С какой высоты горизонт виден на расстоянии 4 километров? Ответ выразите в метрах. 2. Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде $pV^{\alpha} = const$ где p (Па) – давление газа, V – объём газа в кубических метрах, a – положительная константа. При каком наименьшем значении константы a уменьшение в 25 раз объёма газа, участвующего в этом процессе, приводит к увеличению давления не менее, чем в 5 раз?

		3. Водолазный колокол, содержащий ν=2 моль воздуха при давлении p_1=1,5 атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$ где $\alpha = 5{,}75$ – постоянная, T=300 К – температура воздуха. Найдите, какое давление p_2 (в атм.) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 6900 Дж.
16	Умение решать текстовые задачи различных типов	1. В сосуд, содержащий 4 литра 18-процентного водного раствора вещества, добавили 5 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора? 2. Смешали некоторое количество 12-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 18-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора? 3. Имеется два сплава. Первый содержит 15 % никеля, второй – 35 % никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30 % никеля. Масса первого сплава равна 35 кг. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго сплава? 4. Из городов А и В, расстояние между которыми равно 320 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля и встретились через 2 часа на расстоянии 170 км от города В. Найдите скорость автомобиля, выехавшего из города А. Ответ дайте в км/ч. 5. От пристани А к пристани В, расстояние между которыми равно 168 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 2 часа после этого следом за ним со скоростью, на 2 км/ч большей скорости первого, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт В оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч. 6. Дорога между пунктами А и В состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 19км. Путь из А в В занял у туриста 5 часов, из которых 4 часа ушло на спуск. Найдите скорость туриста на спуске, если она больше скорости на подъёме на 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч. 7. Первые 110 км автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующие 130 км – со скоростью 100 км/ч, а затем 180 км – со скоростью 120 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

		8. Один мастер может выполнить заказ за 36 часов, а другой – за 12 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе? Первая труба наполняет резервуар на 13 минут дольше, чем вторая. 9. Петя и Ваня выполняют одинаковый тест. Петя отвечает за час на 10 вопросов теста, а Ваня – на 24. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Петя закончил свой тест позже Вани на 70 минут. Сколько вопросов содержит тест? 10. Семья состоит из мужа, жены и их дочери-студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?
17	Умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений, умение решать текстовые задачи разных типов, умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи	**1.** На ленте по разные стороны от середины отмечены две тонкие поперечные полоски: синяя и красная. Если разрезать ленту по красной полоске, то одна часть будет на 45см длиннее другой. Если разрезать ленту по синей полоске, то одна часть будет на 25см длиннее другой. Найдите расстояние (в сантиметрах) между красной и синей полосками. **2.** Вычеркните в числе 141565041 три цифры так, чтобы получившееся число делилось на 30. В ответе укажите какое-нибудь одно получившееся число. **3.** Найдите трёхзначное натуральное число, большее 400, которое при делении и на 6, и на 5 даёт равные ненулевые остатки и первая цифра в записи которого является средним арифметическим двух других цифр. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.
2 часть (повышенный уровень)		
18	Умение моделировать реальные ситуации на языке математики, составлять уравнения и неравенства по условию задачи, интерпретировать полученный результат	1. По вкладу ≪А≫ банк в течение трѐх лет в конце каждого года увеличивает на 20% сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу ≪Б≫ увеличивает эту сумму на 21% в течение каждого из первых двух лет. Найдите наименьшее целое число процентов за третий год по вкладу ≪Б≫, при котором за все три года этот вклад все еще останется выгоднее вклада ≪А≫. 2. 31 декабря 2025 года Тимофей взял в банке 7 007 000 рублей в кредит под 20% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20%), затем Тимофей переводит в банк платёж. Весь долг Тимофей выплатил за 3

		равных платежа. На сколько рублей меньше он бы отдал банку, если бы смог выплатить долг за 2 равных платежа? 3. Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 20% по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 7 млн рублей
19	Умение решать показательные уравнения различных типов, отбирать корни на заданном промежутке	1. а) Решите уравнение $9^{x-\frac{1}{2}} - 8 \cdot 3^{x-1} + 5 = 0$ б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left(1; \frac{7}{3}\right)$ 2. а) Решите уравнение $27^x - 5 \cdot 9^x - 3^{x+2} + 45 = 0$ б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_3 4; \log_3 10]$ 3. а) Решите уравнение $4^{x^2-2x+1} + 4^{x^2-2x} = 20$ б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку [-1;2] 4. а) Решите уравнение $7 \cdot 9^{x^2-3x+1} + 5 \cdot 6^{x^2-3x+1} - 48 \cdot 4^{x^2-3x} = 0$ б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку [−1; 2].
20	Умение решать логарифмические уравнения разных типов, отбирать корни на заданном промежутке	1. а) Решите уравнение $\log_5(2-x) = \log_{25} x^4$ б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\log_9 \frac{1}{82}; \log_9 8\right]$ 2. а) Решите уравнение $\log_2(x^2 - 14x) = 5$ б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\log_3 0{,}1; 5\sqrt{10}\right]$ 3. а) Решите уравнение $1 + \log_3(x^4 + 25) = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{30x^2 + 12}$ б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку [−2,2;3,2]. 4. а) Решите уравнение $6log_8^2 x - 5\log_8 x + 1 = 0$ б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку [2;2,5]