

Зачет по геометрии 11 класс
Спецификация работы

Номер задания	Содержание задания
Часть 1 Планиметрия	
1	Соотношение между сторонами и углами прямоугольного треугольника
2	Высоты, медианы и биссектрисы в прямоугольном треугольнике
3	Равнобедренный треугольник (свойства сторон, углов, медианы, высоты, биссектрисы, площадь)
4	Параллелограмм (виды, свойства, формулы площади, нахождение углов и элементов параллелограмма (сторон, высот, углов, диагоналей))
5	Трапеция (свойства, площадь, нахождение элементов трапеции)
6	Центральные и вписанные углы
7	Углы в окружности (с вершиной вне круга, внутри круга, между секущими, между касательными, между касательной и хордой)
8	Окружность, вписанная в треугольник и четырехугольник, описанные многоугольники
9	Окружность, описанная около треугольника и четырехугольника, вписанные многоугольники
10	Векторы на плоскости (координаты, длина, сложение, вычитание, умножение на число, скалярное произведение)
Часть 2 Стереометрия	
11	Куб. Площадь поверхности, объём, нахождение элементов (сторон, диагоналей, углов)
12	Прямоугольный параллелепипед. Площадь поверхности, объём, нахождение элементов (сторон, диагоналей, углов)
13	Составные многогранники. Нахождение площади поверхности и объёма
14	Призма. Площадь поверхности, объём, нахождение элементов, сечения
15	Объём призмы и пирамиды
16	Правильная пирамида. Площадь поверхности, объём, нахождение элементов
17	Цилиндр. Объём и площадь поверхности
18	Конус. Объём и площадь поверхности
19	Комбинация тел вращения
20	Комбинация тел вращения и многогранников
Часть 3 Задачи с развернутым решением	
21	Нахождение расстояний между прямыми, плоскостями, от точки до прямой и до плоскости в многограннике
22	Нахождение углов между прямыми, плоскостями, прямой и плоскостью в многогранниках

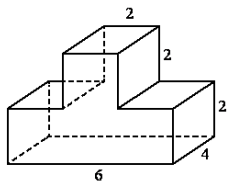
Примеры задач 1 и 2 части

Номер задания	ЧАСТЬ 1
1	<ol style="list-style-type: none"> 1. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AC=2$, $\sin A = \frac{\sqrt{17}}{17}$. Найдите BC. Ответ: 0,5 2. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AC = 8$, $\operatorname{tg}A=0,5$. Найдите BC. Ответ: 4 3. В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH — высота, $AB=13$, $\operatorname{tg}A=5$. Найдите BH. Ответ: 12,5

	<p>4. В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH — высота, $AH=27$, $\operatorname{tg}A=2/3$. Найдите BH. Ответ: 12</p>
2	<p>1. В треугольнике ABC угол ACB равен 90°, угол B равен 58°, CD — медиана. Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах. Ответ: 32</p> <p>2. Найдите острый угол между биссектрисами острых углов прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах. Ответ: 45</p> <p>3. Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 61°. Найдите угол между высотой CH и биссектрисой CD, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах. Ответ: 16</p> <p>4. Острый угол B прямоугольного треугольника равен 66°. Найдите угол между высотой CH и медианой CM, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах. Ответ: 42</p>
3	<p>1. В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 8$, $\operatorname{tg}A = \frac{33}{4\sqrt{33}}$. Найдите AC. Ответ: 7</p> <p>2. В треугольнике ABC $AC=BC$, $AB=5$, $\cos\angle BAC=7/25$. Найдите высоту AH. Ответ: 4,8</p> <p>3. В тупоугольном треугольнике ABC $AC=BC=25$, высота AH равна 20. Найдите $\cos\angle ACB$. Ответ: -0,6</p> <p>4. Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 30°. Боковая сторона треугольника равна 10. Найдите площадь этого треугольника. Ответ: 25</p> <p>5. В треугольнике ABC $AC = BC$, угол C равен 52°. Найдите внешний угол CBD. Ответ дайте в градусах. Ответ: 116</p> <p>6. В треугольнике ABC $AC=BC$, угол C равен 120°, $AB = 2\sqrt{3}$. Найдите AC. Ответ: 2</p> <p>7. В треугольнике ABC угол B равен 45°, угол C равен 85°, AD — биссектриса, E — такая точка на AB, что $AE = AC$. Найдите угол BDE. Ответ дайте в градусах. Ответ: 40</p>
4	<p>1. Периметр прямоугольника равен 42, а площадь 98. Найдите большую сторону прямоугольника. Ответ: 14</p> <p>2. Стороны параллелограмма равны 9 и 15. Высота, опущенная на первую сторону, равна 10. Найдите высоту, опущенную на вторую сторону параллелограмма. Ответ: 6</p> <p>3. Найдите площадь ромба, если его высота равна 2, а острый угол 30°. Ответ: 8</p> <p>4. Диагонали ромба относятся как 3:4. Периметр ромба равен 200. Найдите высоту ромба. Ответ: 48</p> <p>5. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 176. Точка E — середина стороны CD. Найдите площадь треугольника ADE. Ответ: 44</p>
5	<p>1. Большее основание равнобедренной трапеции равно 34. Боковая сторона равна 14. Синус острого угла равен $\frac{2\sqrt{10}}{7}$. Найдите меньшее основание. Ответ: 22</p> <p>2. Основания равнобедренной трапеции равны 17 и 87. Высота трапеции равна 14. Найдите тангенс острого угла. Ответ: 0,4</p> <p>3. Найдите площадь прямоугольной трапеции, основания которой равны 6 и 2, большая боковая сторона составляет с основанием угол 45°. Ответ: 16</p> <p>4. Основания трапеции равны 27 и 9, боковая сторона равна 8. Площадь трапеции равна 72. Найдите острый угол трапеции, прилежащий к данной боковой стороне. Ответ выразите в градусах. Ответ: 30</p> <p>5. Основания трапеции равны 4 и 10. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из ее диагоналей. Ответ: 5</p>

	<p>6. Прямая, проведенная параллельно боковой стороне трапеции через конец меньшего основания, равного 4, отсекает треугольник, периметр которого равен 15. Найдите периметр трапеции. Ответ: 23</p> <p>7. В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 12. Найдите ее среднюю линию. Ответ: 12</p>
6	<p>1. Чему равен тупой вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности? Ответ дайте в градусах. Ответ: 150</p> <p>2. В окружности с центром O отрезки AC и BD — диаметры. Центральный угол AOD равен 110°. Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах. Ответ: 35</p> <p>3. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 102°, угол CAD равен 46°. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.</p>
7	<p>1. Хорда AB стягивает дугу окружности в 92°. Найдите угол ABC между этой хордой и касательной к окружности, проведенной через точку B. Ответ дайте в градусах. Ответ: 46</p> <p>2. Через концы A, B дуги окружности в 62° проведены касательные AC и BC. Найдите угол ACB. Ответ дайте в градусах.</p> <p>3. Угол ACO равен 28°, где O — центр окружности. Его сторона CA касается окружности. Найдите величину меньшей дуги AB окружности, заключенной внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.</p>
8	<p>1. Площадь треугольника равна 24, а радиус вписанной окружности равен 2. Найдите периметр этого треугольника. Ответ: 24</p> <p>2. Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен 6. Найдите высоту этого треугольника. Ответ: 18</p> <p>3. Сторона ромба равна 1, острый угол равен 30°. Найдите радиус вписанной окружности этого ромба. Ответ: 0,25</p> <p>4. Найдите сторону правильного шестиугольника, описанного около окружности, радиус которой равен $\sqrt{3}$. Ответ: 2</p> <p>5. Катеты равнобедренного прямоугольного треугольника равны $2 + \sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник. Ответ: 1</p> <p>6. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 5 и 3, считая от вершины, противоположной основанию. Найдите периметр треугольника. Ответ: 22</p> <p>7. Около окружности описана трапеция, периметр которой равен 40. Найдите длину её средней линии. Ответ: 10</p>
9	<p>1. Точки A, B, C, D, расположенные на окружности, делят эту окружность на четыре дуги AB, BC, CD и AD, градусные величины которых относятся соответственно как 4 : 2 : 3 : 6. Найдите угол A четырехугольника $ABCD$. Ответ дайте в градусах.</p> <p>2. Высота правильного треугольника равна 3. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника. Ответ: 2</p> <p>3. Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, равен 4. Найдите гипотенузу этого треугольника. Ответ: 8</p> <p>4. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 1, угол при вершине, противоположной основанию, равен 120°. Найдите диаметр описанной окружности этого треугольника. Ответ: 2</p> <p>5. Чему равна сторона правильного шестиугольника, вписанного в окружность, радиус которой равен 6? Ответ: 6</p>

	<p>6. Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 22, средняя линия равна 5. Найдите боковую сторону трапеции. Ответ: 6</p> <p>7. Боковая сторона равнобедренной трапеции равна ее меньшему основанию, угол при основании равен 60°, большее основание равно 12. Найдите радиус описанной окружности этой трапеции. Ответ: 6</p>
10	<p>1. Две стороны прямоугольника $ABCD$ равны 6 и 8. Найдите скалярное произведение векторов \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AD}</p> <p>2. Стороны правильного треугольника ABC равны 3. Найдите скалярное произведение векторов \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC}</p> <p>3. Вектор \overrightarrow{AB} с началом в точке $A(2; 4)$ имеет координаты $(6; 2)$. Найдите абсциссу точки B.</p> <p>4. Найдите квадрат длины вектора $\vec{a} + \vec{b}$</p> <p>5. Найдите угол между векторами \vec{a} и \vec{b}. Ответ дайте в градусах.</p> <p>6. На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} найдите скалярное произведение $\vec{a}\vec{b}$</p>
ЧАСТЬ 2	
11	<p>1. Площадь поверхности куба равна 18. Найдите его диагональ.</p> <p>2. Объем куба равен 8. Найдите площадь его поверхности.</p> <p>3. Диагональ куба равна $\sqrt{12}$. Найдите его объем.</p> <p>4. Диагональ куба равна 1. Найдите площадь его поверхности.</p>
12	<p>1. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $BB_1=16, A_1 B_1=2, A_1 D_1=8$. Найдите длину диагонали AC_1.</p> <p>2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины ребер: $AB=15, AD=8, AA_1=21$. Найдите площадь сечения, проходящего через вершины B, B_1 и D.</p> <p>3. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины ребер: $AB=28, AD=16, AA_1=12$. Найдите синус угла между прямыми DD_1 и $B_1 C$.</p>
13	<p>1. Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы – прямые).</p> <p>2. Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы – прямые).</p>



14	<ol style="list-style-type: none"> 1. Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 75. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы. 2. Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объём этой призмы, если объём отсечённой треугольной призмы равен 7. 3. Основанием прямой треугольной призмы является прямоугольный треугольник с катетами 2 и 7, боковое ребро призмы равно 6. Найдите объём призмы. 4. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $BD_1 = 2AD$. Найдите угол между диагоналями DB_1 и CA_1. Ответ дайте в градусах. 5. Ребро куба равно 6. Найдите объём треугольной призмы, отсекаемой от него плоскостью, проходящей через середины двух ребер, выходящих из одной вершины и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.
15	<ol style="list-style-type: none"> 1. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины $A, C, D, F, A_1, C_1, D_1, F_1$ правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, площадь основания которой равна 9, а боковое ребро равно 11. 2. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки $D, A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1$ правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, площадь основания которой равна 12, а боковое ребро равно 2. 3. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, D, A_1, B, C, B_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB=3, AD=4, AA_1=5$. 4. Объём правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ равен 116. Точка E — середина ребра SB. Найдите объём треугольной пирамиды $EABC$. 5. Объём треугольной пирамиды равен 78. Через вершину пирамиды и среднюю линию её основания проведена плоскость (см. рисунок). Найдите объём отсечённой треугольной пирамиды.
16	<ol style="list-style-type: none"> 1. В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 7, а сторона основания равна 10,5. Найдите высоту пирамиды. 2. В правильной четырёхугольной пирамиде высота равна 2, боковое ребро равно 5. Найдите её объём. 3. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с вершиной S точка O — центр основания, $SO=35, SD=37$. Найдите длину отрезка BD. 4. В правильной шестиугольной пирамиде боковое ребро равно 6,5, а сторона основания равна 2,5. Найдите высоту пирамиды.
17	<ol style="list-style-type: none"> 1. В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 98 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 7 раз больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах. 2. В цилиндрический сосуд налили 500 куб. см воды. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде увеличился в 1,2 раза. Найдите объём детали. Ответ выразите в куб. см. 3. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 12π, а диаметр основания равен 6. Найдите высоту цилиндра

18	<ol style="list-style-type: none"> 1. Площадь полной поверхности конуса равна 35. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту в отношении 3:2, считая от вершины конуса. Найдите площадь полной поверхности отсечённого конуса. 2. Площадь полной поверхности конуса равна 15. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту в отношении 2:3, считая от вершины конуса. Найдите площадь полной поверхности отсечённого конуса 3. В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает $\frac{2}{3}$ высоты. Объём жидкости равен 144 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд? 4. Высота конуса равна 21, а длина образующей равна 29. Найдите диаметр основания конуса. 5. Радиус основания конуса равен 6, а его высота равна 8. Плоскость сечения содержит вершину конуса и хорду основания, длина которой равна 4. Найдите расстояние от центра основания конуса до плоскости сечения.
19	<ol style="list-style-type: none"> 1. Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы совпадает с центром основания конуса. Радиус сферы равен $51\sqrt{2}$. Найдите образующую конуса. 2. Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы совпадает с центром основания конуса. Образующая конуса равна $80\sqrt{2}$. Найдите радиус сферы. 3. Конус и цилиндр имеют общее основание и общую высоту (конус вписан в цилиндр). Вычислите объём конуса, если объём цилиндра равен 162. 4. Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 48. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
20	<ol style="list-style-type: none"> 1. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 10 и 9. Боковые рёбра призмы равны $2/\pi$. Найдите объём цилиндра, описанного около этой призмы. 2. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 3. Объём параллелепипеда равен 36. Найдите высоту цилиндра. 3. В куб с ребром 3 вписан шар. Найдите объём этого шара, делённый на π. 4. Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 16. Найдите его объём.